



A MULTIDISCIPLINARIDADE ENTRE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA IMPLEMENTADA COMPUTACIONALMENTE

MULTIDISCIPLINARITY BETWEEN SCIENCES AND MATHEMATICS COMPUTATIONALLY IMPLEMENTED

Denis Carlos Lima Costa¹

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br

Lair Aguiar de Meneses²

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / lair.meneses@ifpa.edu.br

Rodrigo Antônio Pereira Junior³

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / rpereira.junior@ifpa.edu.br

Heictor Alves de Oliveira Costa⁴

Universidade Federal do Pará - UFPA Campus Belém / heictor8@gmail.com

Ariane Cristina Fernandes Reis⁵

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / arianecfr@gmail.com

Área Temática 02:

ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

É manifesto que durante o processo de ensino-aprendizagem, nos Bacharelados, os alunos encontrarem dificuldades para assimilar determinados conteúdos, das componentes curriculares, nas áreas das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (Costa et al, 2021a). Programas que possibilitem uma maior reflexão sobre a formação do profissional, em especial do Bacharel em Ciência e Tecnologia, são imprescindíveis para melhorias da qualidade do ensino de graduação.

Desta forma, esse trabalho se propõe a apresentar uma estratégia à integralização de disciplinas das áreas de Ciências Exatas e da Natureza e suas Tecnologias, em cursos superiores, usando modelagem matemática, resolução numérica, resolução computacional e representação gráfica de funções polinomiais de 1ª e 2ª ordens e suas, respectivas, aplicações, em MATLAB.

A Multidisciplinaridade entre Ciências e Matemática Implementada Computacionalmente - II SILICTI – COSTA, Denis C. L.; MENESES, Lair A. de; PEREIRA JR, Rodrigo A.; COSTA, Heictor, A. de O.; REIS, Ariane C. F.

2. Metodologia

2.1 Modelagem Matemática

2.1.1 Função Polinomial do 1º grau

Chama-se função polinomial do 1º grau, ou função afim, a toda relação funcional definida por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cuja forma é expressa por

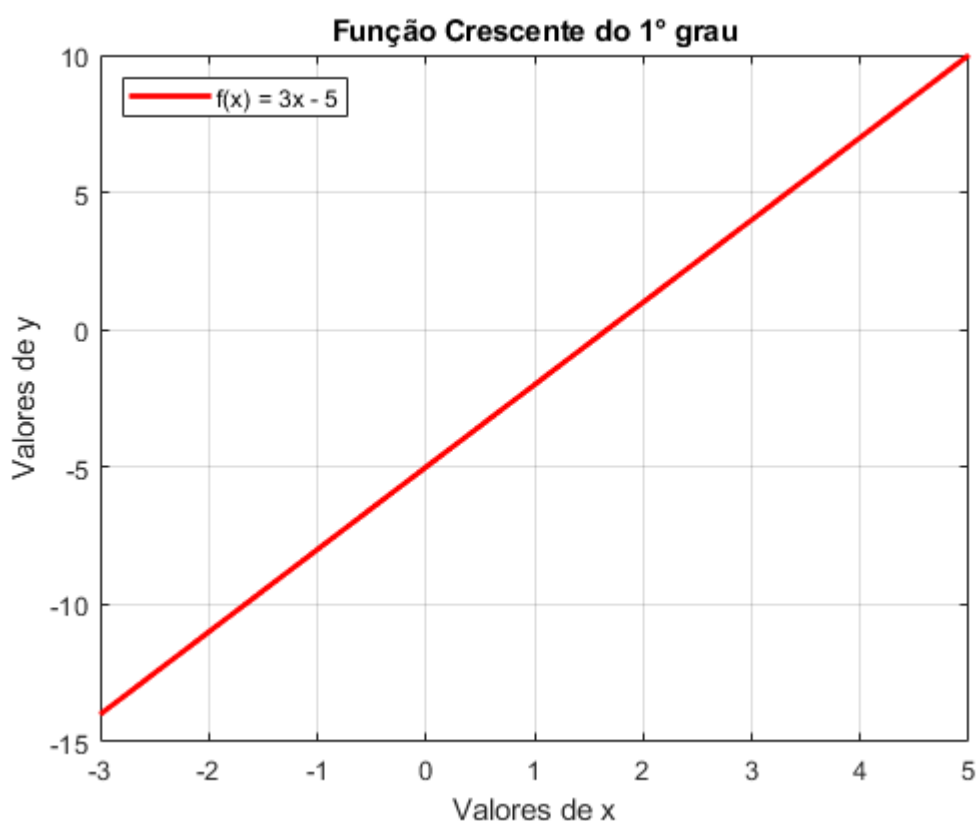
$$f(x) = ax + b \quad \text{ou} \quad y = ax + b \quad (1)$$

em que a representa o coeficiente angular da função (informa a inclinação da reta, com $a \neq 0$) e b representa o coeficiente linear da função (informa o ponto em que a reta intercepta o eixo das ordenadas, eixo y). Lembrando que $y = f(x)$; a e $b \in \mathbb{R}$.

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau é representado por uma reta não-paralela aos eixos x e y , conforme as Figuras 1a e 1b.

A Figura 1a exibe o gráfico de uma função polinomial do 1º grau crescente, cujo coeficiente angular é igual a 3, ou seja, $a > 0$ e o coeficiente linear é igual a -5.

Figura 1a: Função crescente

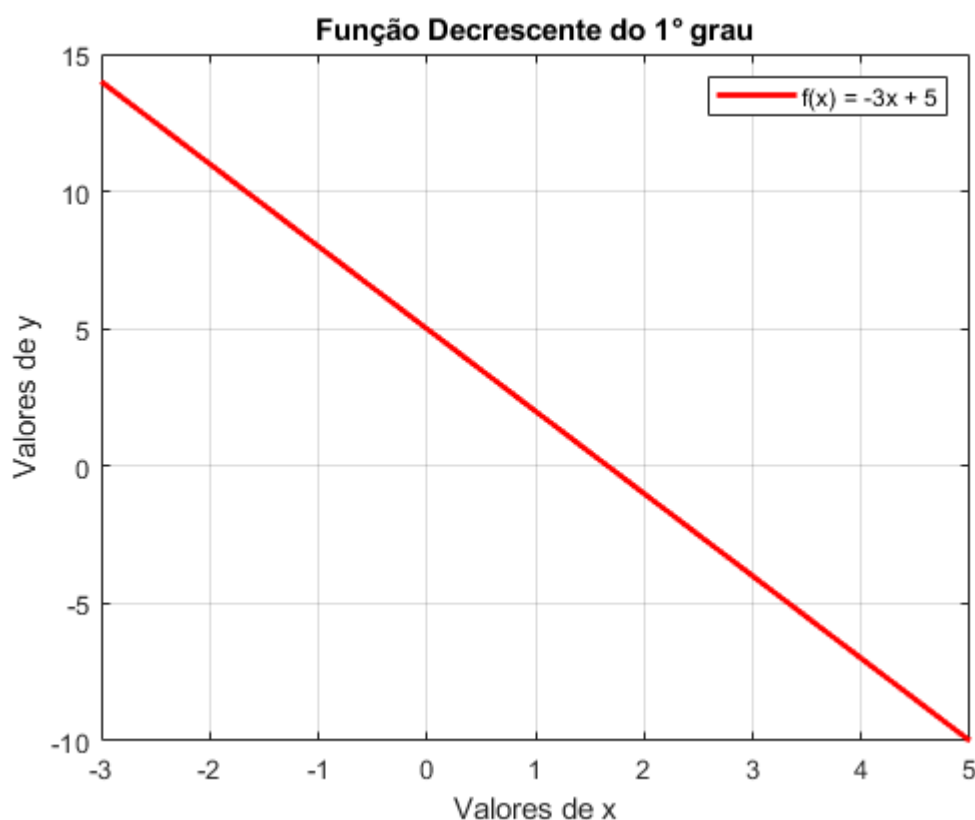


Fonte: Autores.

Percebe-se, claramente, que a reta possui uma inclinação para direita, uma característica dos gráficos das funções crescentes do 1º grau.

A Figura 1b exibe o gráfico de uma função polinomial do 1º grau decrescente, cujo coeficiente angular é igual a -3, ou seja, $a < 0$ e o coeficiente linear é igual a 5.

Figura 1b: Função decrescente



Fonte: Autores.

Percebe-se, claramente, que a reta possui uma inclinação para esquerda, uma característica dos gráficos das funções decrescentes do 1º grau.

Contudo, em ambos os casos, a reta se apresenta sempre na forma oblíqua, uma característica dos gráficos das funções do 1º grau.

A raiz de uma função polinomial do 1º grau pode ser determinada com auxílio da equação (2), definida para $f(x) = 0$. Essa raiz, também chamada de zero da função, indica a interseção da reta com o eixo das abscissas, eixo x.

$$x = \frac{-b}{a} \quad (2)$$

2.1.2 Função Polinomial do 2º grau

Chama-se função quadrática, ou função polinomial do 2º grau, a toda relação funcional definida por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, cuja forma é expressa por

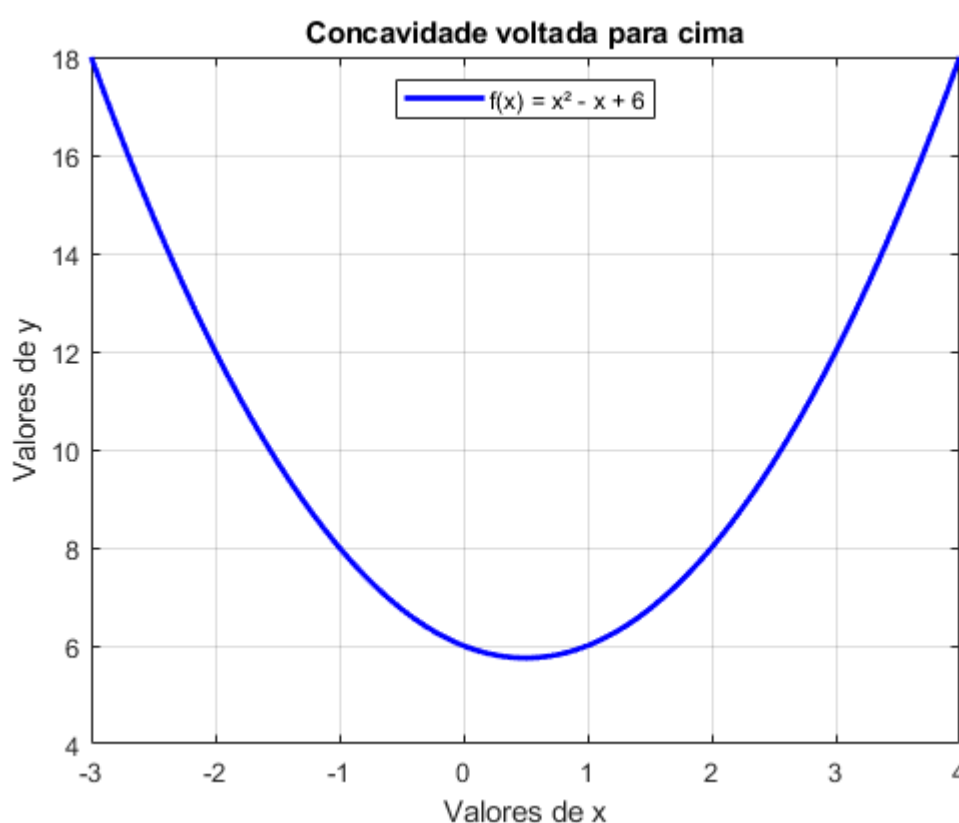
$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ou } y = ax^2 + bx + c \quad (3)$$

em que a , b e c são números reais e $a \neq 0$. Lembrando que $y = f(x)$; a, b e $c \in \mathbb{R}$.

O gráfico de uma função polinomial do 2º grau, representado pela Equação (3), é uma curva denominada parábola. O coeficiente a desempenha, no gráfico, a propriedade de concavidade da parábola. Significa que, se a for positivo ($a > 0$), a parábola terá concavidade para cima, sinalizando que a função terá um ponto de imagem mínimo (y_{min}). Caso o valor de a seja negativo ($a < 0$), a parábola terá concavidade para baixo, indicando que a função terá um ponto de imagem máximo (y_{max}).

As Figuras 2a e 2b representam os gráficos de funções polinomiais do 2º grau com diferentes posições das parábolas.

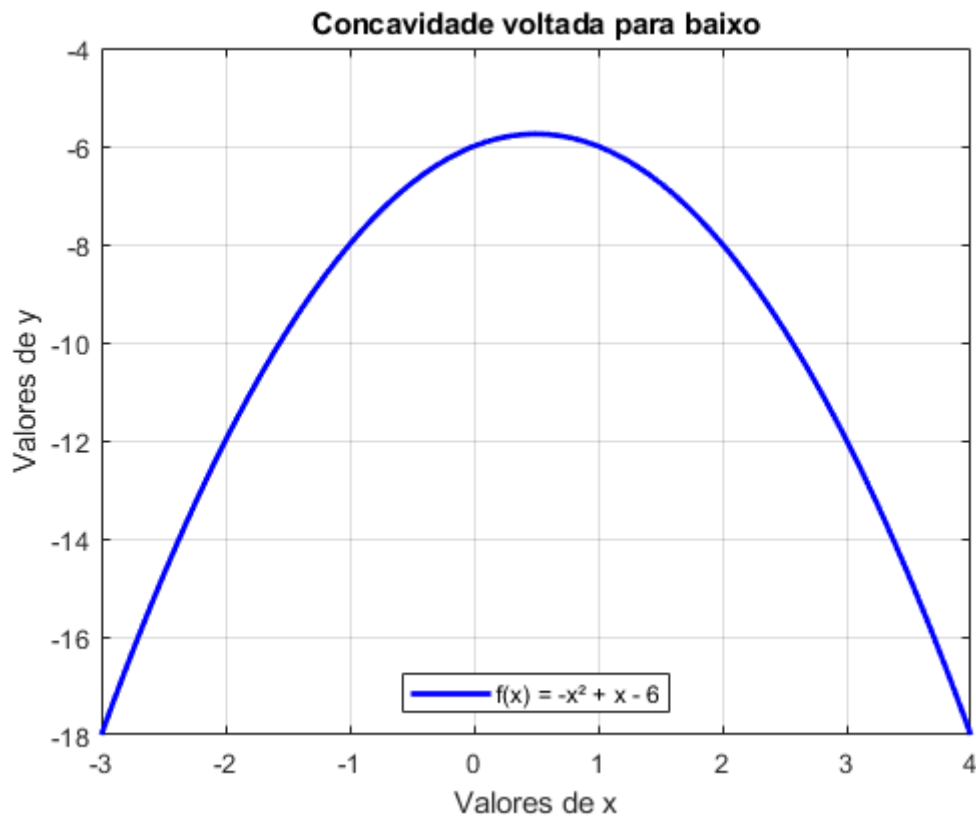
Figura 2a: Parábola para cima, $a > 0$



Fonte: Autores.

Pode-se notar que o espaço geométrico ocupado pelo conjunto dos pares ordenados (x, y) é substancialmente diferente ao espaço geométrico da função do 1º grau. A função do 2º grau possui um comportamento crescente e decrescente, diferentemente da função do 1º grau, que é definida como estritamente crescente ou estritamente decrescente. Essa característica, da função polinomial do 2º grau, permite a modelagem de fenômenos que apresentam esse desempenho.

Figura 2b: Parábola para baixo, $a < 0$



Fonte: Autores.

Esta função pode admitir, ou não, raízes no domínio dos números Reais. Estes valores, as raízes, são os pontos em que a parábola intercepta o eixo x . É possível identificar o número e a classificação das raízes mediante o valor do discriminante (Δ) da função, conforme ilustra a Equação (4).

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (4)$$

em que as condições de classificação das raízes são definidas por:

- $\Delta > 0 \rightarrow$ Existem duas raízes reais e distintas;
- $\Delta = 0 \rightarrow$ Existem duas raízes reais e iguais;
- $\Delta < 0 \rightarrow$ As raízes não pertencem ao conjunto dos números reais.

Para determinar o valor das raízes da função polinomial do 2º grau, deve-se utilizar a equação (5), também conhecida por equação de *Bhaskara*.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (5)$$

Conforme Costa et al (2021b), a otimização da função quadrática pode ser determinada mediante a Derivação, em 1ª ordem, da Equação (3). Esse ponto (máximo ou mínimo) também pode ser denominado de vértice da parábola ou ponto de inflexão. Ele é extremamente

relevante, pois indica a mudança de comportamento da função polinomial do 2º grau: crescente para decrescente (ou vice-versa).

$$\frac{df}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h) - f(x)]}{h} = 0 \quad (6)$$

2.2 Modelagem Computacional

2.1.3 Lógica de Programação

Para Costa et al (2019), a Lógica de Programação é essencial para o desenvolvimento de programas para computadores. Ela pode ser definida como um conjunto de técnicas para encadear pensamentos a fim de atingir múltiplos objetivos.

Esta pesquisa beneficiou-se da Linguagem MATLAB de programação, pois ela possui uma grande quantidade de bibliotecas auxiliares (*Toolboxes*) que otimizam o tempo investido para realizar tarefas, uma vez que o usuário poderá utilizar muitas funções já definidas, mitigando o tempo para criá-las (Costa et al, 2021c). As Tabelas 1, 2 e 3 ilustram os principais comandos que serão úteis na resolução e representação gráfica de funções polinomiais.

A Tabela 1 ilustra as principais operações com escalares no MATLAB.

Tabela 1: Principais operações com escalares

OPERAÇÃO	SÍMBOLO	EXEMPLO
Adição	+	3 + 5
Subtração	-	20 - 10
Multiplicação	*	5 * 3
Divisão	/ ou \	5/6 = 6\5
Potenciação	^	5 ^ 2

Fonte: Autores.

A Tabela 2 expõe comandos das principais funções matemáticas do MATLAB.

Tabela 2: Principais funções matemáticas do MATLAB

COMANDO	DESCRIÇÃO
sin(x)	Seno de x
cos(x)	Cosseno de x
tan(x)	Tangente de x
exp(x)	Exponencial
log(x)	Logaritmo natural de x
sqrt(x)	Raiz quadrada de x

Fonte: Autores.

Comandos frequentes para plotar gráficos bidimensionais são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Tipos de Gráficos bidimensionais

Comando	Descrição
plot	Plotar gráfico linear
polar	Gráfico em coordenadas polares
bar	Gráfico de barras
stem	Gráfico de sequência discreta
hist	Gráfico em histograma

Fonte: Autores.

As Figura 3a e 3b apresentam os *scripts* utilizados para representar as funções do 1º grau crescente e decrescente, respectivamente.

Figura 3a: Comandos para representação da função crescente do 1º grau

```

1      % Função do Polinomial do 1º grau
2      % Valor do coeficiente angular: a
3      a = 3;
4      % Valor do coeficiente linear: b
5      b = -5;
6      % Intervalo de análise da função: x
7      x = [-3:0.1:5];
8      % Função analisada: y = ax + b
9      y = a*x + b;
10     % Representação Gráfica
11     plot(x,y,'r','linewidth',2)
12     xlabel('Valores de x')
13     ylabel('Valores de y')
14     title('Função Crescente do 1º grau')
15     legend('f(x) = 3x - 5','Location','northwest')
16     grid on

```

Fonte: Autores.**Figura 3b:** Comandos para representação da função decrescente do 1º grau

```

1      % Função do Polinomial do 1º grau
2      % Valor do coeficiente angular: a
3      a = -3;
4      % Valor do coeficiente linear: b
5      b = 5;
6      % Intervalo de análise da função: x
7      x = [-3:0.1:5];
8      % Função analisada: y = ax + b
9      y = a*x + b;
10     % Representação Gráfica
11     plot(x,y,'r','linewidth',2)
12     xlabel('Valores de x')
13     ylabel('Valores de y')
14     title('Função Decrescente do 1º grau')
15     legend('f(x) = -3x + 5','Location','northeast')
16     grid on

```

Fonte: Autores.

As Figura 4a e 4b apresentam os *scripts* utilizados para representar as funções do 2º grau com concavidades voltadas para cima e para baixo, respectivamente.

Figura 4a: Comandos para representação da função do 2º grau com cavidade para cima

```

1      % Função do Polinomial do 2º grau
2      % Valor do coeficientes: a, b e c
3 -    a = 1; b = -1; c = 6;
4      % Intervalo de análise da função: x
5 -    x = [-3:0.1:4];
6      % Função analisada: y = ax + b
7 -    y = a*x.^2 + b*x + c;
8      % Representação Gráfica
9 -    plot(x,y,'b','linewidth',2)
10 -   xlabel('Valores de x')
11 -   ylabel('Valores de y')
12 -   title('Concavidade voltada para cima')
13 -   legend('f(x) = x² - x + 6','Location','north')
14 -   grid on

```

Fonte: Autores.

Figura 4b: Comandos para representação da função do 2º grau com cavidade para baixo

```

1      % Função do Polinomial do 2º grau
2      % Valor do coeficientes: a, b e c
3 -    a = -1; b = 1; c = -6;
4      % Intervalo de análise da função: x
5 -    x = [-3:0.1:4];
6      % Função analisada: y = ax + b
7 -    y = a*x.^2 + b*x + c;
8      % Representação Gráfica
9 -    plot(x,y,'b','linewidth',2)
10 -   xlabel('Valores de x')
11 -   ylabel('Valores de y')
12 -   title('Concavidade voltada para baixo')
13 -   legend('f(x) = -x² + x - 6','Location','south')
14 -   grid on

```

Fonte: Autores.

3. Resultados e Discussões

3.1 Física – Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

O movimento retilíneo uniforme (MRU) é constatado quando um corpo possui velocidade escalar constante sobre uma trajetória retilínea, em relação a um referencial. A função horária do MRU é representada pela Equação (7), denominada função horária das posições, em que $S = f(t)$ é dada pelo polinômio do 1º grau.

$$S = S_0 + vt \quad (7)$$

$v \rightarrow$ Velocidade escalar constante ($v \neq 0$);

$S \rightarrow$ Posição final;

$t \rightarrow$ Instante de Tempo.

A Tabela 4 associa as características da função polinomial do 1º ao MRU.

Tabela 4: Relação entre função do 1º grau e MRU

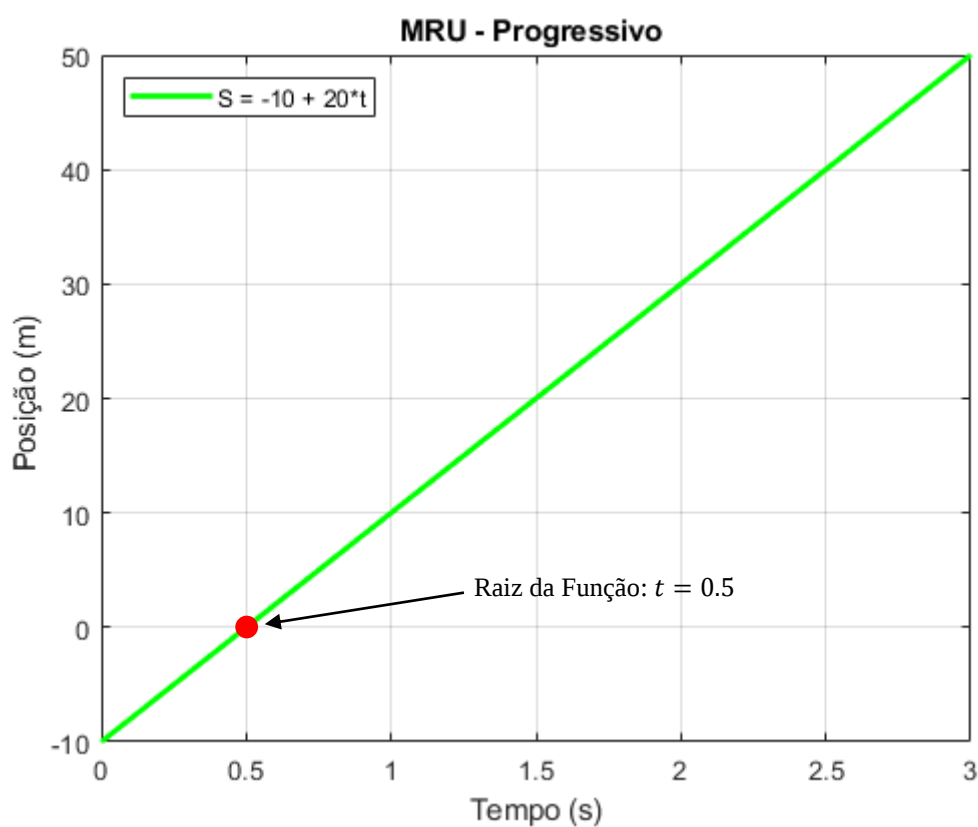
Função do 1º grau	MRU
$a > 0 \rightarrow$ Função Crescente	$v > 0 \rightarrow$ Movimento Progressivo
$a < 0 \rightarrow$ Função Decrescente	$v < 0 \rightarrow$ Movimento Regressivo
Gráfico de $y = f(x) \rightarrow$ Reta Oblíqua	Gráfico de $S = f(t) \rightarrow$ Reta Oblíqua

Fonte: Autores.

As Figuras 5a e 5b apresentam os gráficos das posições de uma partícula, em MRU, nas seguintes condições:

- Partiu da posição -10m, com movimento progressivo, de 20m/s, em relação a certo referencial.

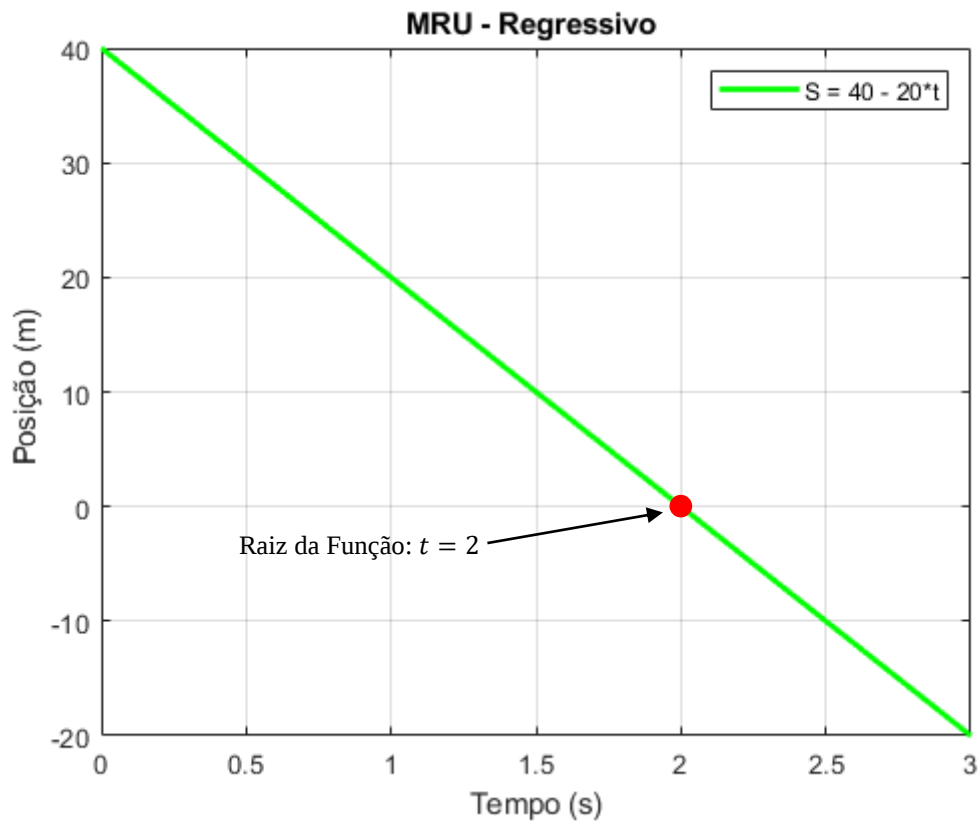
Figura 5a: Aplicação de Função do 1º grau crescente



Fonte: Autores.

- ii. Partiu da posição 90m, com movimento regressivo, de 20m/s, em relação ao mesmo referencial.

Figura 5b: Aplicação de Função do 1º grau decrescente



Fonte: Autores.

Os códigos-fonte que associam as informações da Matemática, da Física e da Lógica de programação, desenvolvidos em ambiente MATLAB, estão descritos nas Figuras 6a e 6b.

Figura 6a: Script para um MRU - Progressivo

```

1 % Script 01: Referente ao Movimento Retilíneo Uniforme - MRU
2 % Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
3 t = [0:0.1:3];
4 % Posição Inicial (em metros): S0
5 S0 = -10;
6 % Velocidade (em m/s): V
7 V = 20;
8 % Função Horária do MRU: S = S0 + Vt
9 S = S0 + V*t;
10 % Instante em que o móvel passa na origem das posições
11 t1 = -S0/V
12 % Gráfico da função S = f(t)
13 plot (t,S,'g','linewidth',2)
14 xlabel ('Tempo (s)')
15 ylabel ('Posição (m)')
16 title('MRU - Progressivo ')
17 legend('S = -10 + 20*t','Location','northwest')
18 grid on

```

Fonte: Autores.

Figura 6b: Script para um MRU - Regressivo

```
1 % Script 02: Referente ao Movimento Retilíneo Uniforme - MRU
2 % Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
3 - t= [0:0.1:3];
4 % Posição Inicial (em metros): S0
5 - S0 = 40;
6 % Velocidade (em m/s): V
7 - V = -20;
8 % Função Horária do MRU: S = S0 + Vt
9 - S = S0 + V*t;
10 % Instante em que o móvel passa na origem das posições
11 - t1 = -S0/V
12 % Gráfico da função S = f(t)
13 - plot (t,S,'g','linewidth',2)
14 - xlabel ('Tempo (s)')
15 - ylabel (' Posição (m)')
16 - title('MRU - Regressivo ')
17 - legend('S = 40 - 20*t','Location','northeast')
18 - grid on
```

Fonte: Autores.

3.2 Física – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

O movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) é constatado quando um corpo varia a sua velocidade escalar de quantidades iguais em intervalos de tempo iguais, sobre uma trajetória retilínea, em relação a um referencial. A função horária do MRUV é representada pela Equação (8), denominada função horária das posições, em que $S = f(t)$ é dada por um polinômio do 2º grau. Nesse movimento, a aceleração escalar é constante e diferente de zero.

$$S = S_0 + v_0 t + 0.5at^2 \quad (8)$$

em que,

$S \rightarrow$ Posição final do móvel

$S_0 \rightarrow$ Posição inicial do móvel

$v_0 \rightarrow$ Velocidade inicial do móvel

$t \rightarrow$ Tempo de análise do deslocamento

$a \rightarrow$ Aceleração escalar do móvel

A Tabela 5 associa as características da função polinomial do 2º ao MRUV.

Tabela 5: Relação entre função do 2º grau e MRUV

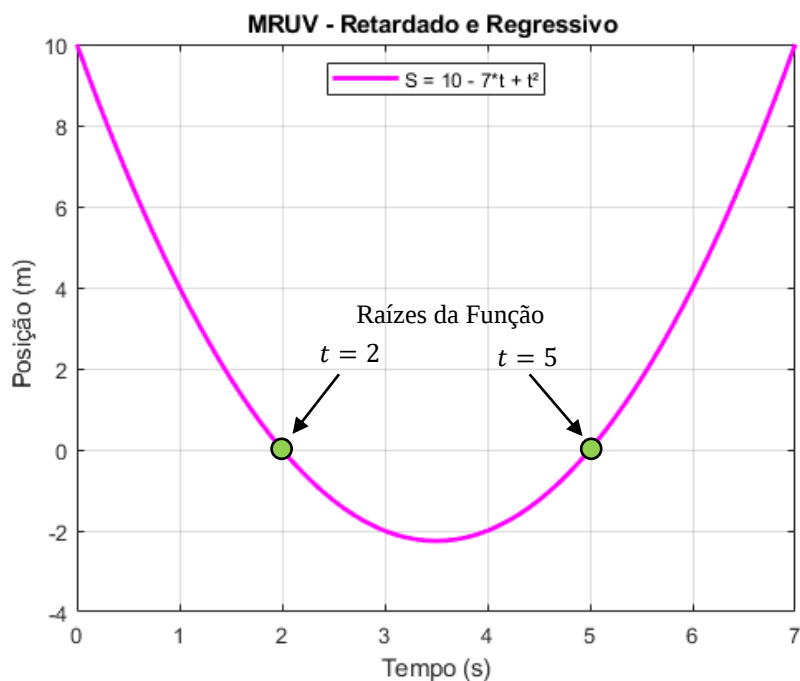
Função do 2º grau	MRUV
$a > 0 \rightarrow$ Concavidade para cima	$a > 0$ e $v > 0 \rightarrow$ Acelerado e Progressivo
	$a > 0$ e $v < 0 \rightarrow$ Retardado e Regressivo
$a < 0 \rightarrow$ Concavidade para baixo	$a < 0$ e $v > 0 \rightarrow$ Retardado e Progressivo
	$a < 0$ e $v < 0 \rightarrow$ Acelerado e Regressivo
Gráfico de $y = f(x) \rightarrow$ Parábola	Gráfico de $S = f(t) \rightarrow$ Parábola

Fonte: Autores.

As Figuras 7a e 7b apresentam os gráficos das posições de uma partícula, em MRUV, nas seguintes condições:

- i. Partiu da posição 10m, com velocidade de -7m/s e aceleração de 2m/s^2 . Tempo de análise do movimento: 7 segundos, em relação a certo referencial;

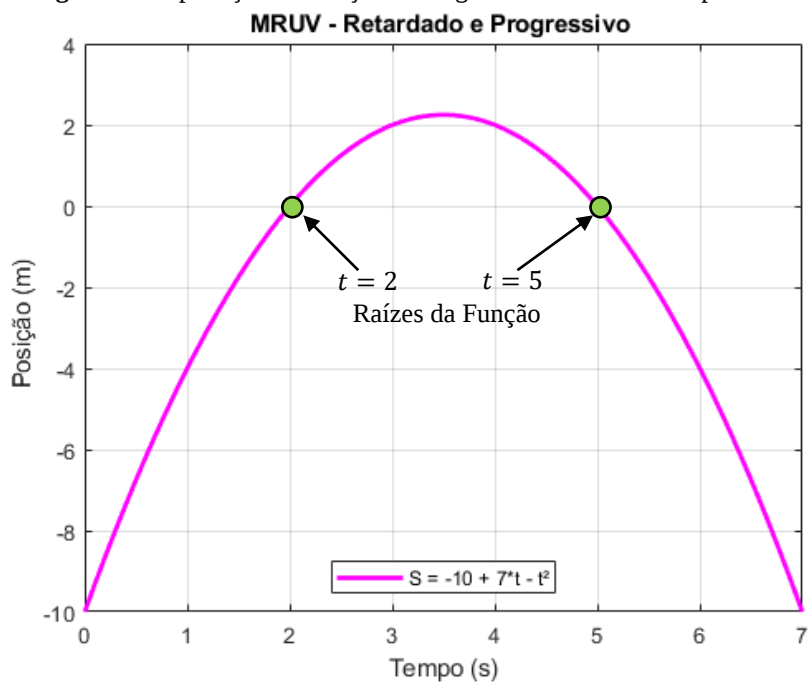
Figura 7a: Aplicação de Função do 2º grau com concavidade para cima



Fonte: Autores.

- ii. Posição inicial -10m, velocidade inicial 7m/s e aceleração de -2m/s^2 . Tempo de análise do movimento: 7 segundos, em relação a certo referencial.

Figura 7b: Aplicação de Função do 2º grau com concavidade para baixo



Fonte: Autores.

Os códigos-fonte que associam as informações da Matemática, da Física e da Lógica de programação, desenvolvidos em ambiente MATLAB, estão descritos nas Figuras 8a e 8b.

Figura 8a: Script para um MRUV – Retardado e Regressivo

```

1      % Script 01: Referente ao Movimento Retilíneo Uniformemente Variado - MVRU
2      % Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
3      t= [0:0.1:7];
4      % Posição Inicial (em metros): S0
5      S0 = 10;
6      % Velocidade (em m/s): V
7      V0 = -7;
8      % Aceleração (em m/s²): a
9      a = 2;
10     % Função Horária do MRUV:  $S = S_0 + V_0t + 0.5at^2$ 
11     S = S0 + V0*t + 0.5*a*t.^2;
12     % Instante em que o móvel passa na origem das posições
13     t1 = (-V0 - sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
14     t2 = (-V0 + sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
15     % Gráfico da função  $S = f(t)$ 
16     plot (t,S,'m','linewidth',2)
17     xlabel ('Tempo (s)')
18     ylabel (' Posição (m)')
19     title('MRUV - Retardado e Regressivo ')
20     legend('S = 10 - 7*t + t²','Location','north')
21     grid on

```

Fonte: Autores.

Figura 8b: Script para um MRUV – Retardado e Progressivo

```

1      % Script 02: Referente ao Movimento Retilíneo Uniformemente Variado - MVRU
2      % Intervalo de tempo utilizado na análise (em segundos): t
3      t= [0:0.1:7];
4      % Posição Inicial (em metros): S0
5      S0 = -10;
6      % Velocidade (em m/s): V
7      V0 = 7;
8      % Aceleração (em m/s²): a
9      a = -2;
10     % Função Horária do MRUV:  $S = S_0 + V_0t + 0.5at^2$ 
11     S = S0 + V0*t + 0.5*a*t.^2;
12     % Instante em que o móvel passa na origem das posições
13     t1 = (-V0 - sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
14     t2 = (-V0 + sqrt(V0^2 - 4*(0.5*a)*S0))/(2*(0.5*a))
15     % Gráfico da função  $S = f(t)$ 
16     plot (t,S,'m','linewidth',2)
17     xlabel ('Tempo (s)')
18     ylabel (' Posição (m)')
19     title('MRUV - Retardado e Progressivo ')
20     legend('S = -10 + 7*t - t²','Location','south')
21     grid on

```

Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

Este trabalho apresentou componentes curriculares presentes e obrigatórias nos projetos pedagógicos de cursos das Ciências Exatas e da Natureza, do ensino superior e que podem ser trabalhadas de forma conjunta e transversal maximizando o processo de ensino-aprendizagem.

Manifestou-se uma ferramenta computacional de programação, o MATLAB, com o propósito de expandir o entendimento das aplicações com desenvolvimento de programas capazes de propiciar aos discentes uma excelente compreensão dos conteúdos e suas implicações.

Para futuros trabalhos, pretende-se estender a análise da transversalidade para outras componentes curriculares, como por exemplo Resistência dos Materiais e Fundamentos da Ecologia. Entende-se que o Bacharelado, realmente integrado, garantirá a universalização dos saberes, das habilidades e das competências, produzindo a excelência na formação profissional e cidadã de cada discente.

5. Referências

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., & NEVES, Lucas P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, Denis C. L., FERREIRA, C., ANDRADE, E., MENESES, L., CUNHA, A., MENEZES, J., SAUMA, T., MIRANDA, R., FERREIRA, M., & PAIXÃO, A. J. P. da. **Pedagogical Project of the Bachelor of Science and Technology Course (One)**. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4741199>. 2021a.

COSTA, Heictor A. de O.; COSTA, Denis C. L.; MENESES, Lair A. de. **Interdisciplinarity Applied to the Optimized Dispatch of Integrated Electricity and Natural Gas Networks using the Genetic Algorithm**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 10, n. 2, p. e42110212641. DOI: 10.33448/rsd-v10i2.12641. 2021b.

COSTA, Denis C. L., COSTA, Heictor A. de O., Silva, Hugo C. M. da, & Silva, Silvio T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. (1st ed.). Belém, PA, SINEPEM-IFPA. 2021c.



A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE AS LEIS DE KIRCHHOFF, SISTEMAS LINEARES E LÓGICA DE PROGRAMAÇÃO

THE INTERDISCIPLINARITY BETWEEN KIRCHHOFF'S LAWS, LINEAR SYSTEMS AND PROGRAMMING LOGIC

Denis Carlos Lima Costa¹

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br

Reno Silva Nooblath²

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / reno.nooblath@ifpa.edu.br

Ana Beatriz das Neves da Silva³

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / ananeves537@gmail.com

Aguinaldo de Jesus Moraes Marques⁴

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / aguinaldoj2m@gmail.com

André Renan dos Santos da Silva⁵

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / andre.renan13@hotmail.com

Área Temática 02:

ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

1.1 Problemática

O Conselho Nacional de Educação - CNE, define Diretrizes Curriculares Nacionais, ratifica a necessidade de reduzir a carga horária para conclusão do Ensino Médio. Quando este curso se integra com a educação profissional, a carga horária é redimensionada, ou seja, é comprimida a carga horária do Ensino Médio e somada à carga horária do curso de educação profissional prevista no Catálogo Nacional dos Cursos Técnicos (CNCT, 2020).

Aliados a estas prerrogativas e as definições da Lei nº 13.415/2017, os cursos Técnicos na forma integrada devem prever a integralização curricular pelo discente em três anos. Considerando a experiência recente nos quais os Projetos Políticos dos Cursos integrados organizaram seus currículos em três anos, inclusive para torná-los mais atrativos e compatíveis com as demais ofertas de ensino médio, a duração do curso em três anos deverá ser mantida. Portanto, deve-se buscar estratégias articuladas de forma a integralizar e a transversalizar as componentes curriculares e suas habilidades e suas competências.

1.2 Justificativa

Observa-se o aumento frequente do uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no mundo globalizado. Todavia, essas TDIC não são acessíveis a todos os ambientes de ensino, principalmente quando se verifica o nível de desenvolvimento da região onde este está inserido (Camillo, 2020).

Essa divisão entre indivíduos com acesso às TDIC e os tecnologicamente excluídos reforça a responsabilidade da escola em preparar ambientes que propiciem à inclusão das TDIC nas práticas e realidades pedagógicas.

Os Institutos Federais de Educação, Ciências e Tecnologia do Brasil mostram que durante o processo de ensino e aprendizagem, nos cursos Integrados de Informática, os alunos encontram dificuldades de aprendizagem em determinados conteúdos e/ou disciplinas nas áreas de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Para Costa et al (2022), estes conhecimentos, além de serem base de formação importantes na vida de qualquer indivíduo também são essenciais para compreender diversos fenômenos do universo, como por exemplo, as propriedades gerais da matéria, a entropia, a energia, os átomos, as ondas etc. ademais, são fundamentais aos princípios básicos do conhecimento da maioria das disciplinas técnicas de computação, como, por exemplo, a Lógica de Programação e o Algoritmo de Programação.

1.3 Sustentação Teórica

Para evidenciar as situações relatadas, apresenta-se trabalhos fundamentados nas ferramentas da Ciência, da Matemática e da Computação.

Para Angulo et al. (2018), a produção de glóbulos vermelhos, também conhecida como eritropoiese, é analisada por meio de um método numérico aplicado a um modelo de população com fatores de crescimento. Este estudo pode ter implicações no tratamento das doenças da medula e sua evolução. Abia et al. (2018), consideram a aproximação numérica para uma taxa de mortalidade relacionada a um tempo de vida finito em modelos populacionais estruturados por idade. Piqueras et al. (2018) tratam da construção computacional de soluções numéricas de um sistema de equações lineares oriundas de problemas de carbonatação do concreto. É

apresentada uma extensão da teoria da equivalência generalizada para as n -equações, simplificadas pelo método dos elementos finitos em Ferrándiz et al. (2018). Na área da Matemática Financeira, é abordado em Fakharany et al. (2018) uma análise bivariada com funções quadráticas. Em Jackson et al. (2018), os autores propõem um sistema de equações polinomiais de atraso para analisar a propagação do vírus em plantas. Costa et al (2019) apresentam Métodos Matemáticos desenvolvidos em Linguagem PYTHON de programação como uma ferramenta de modelagem às Engenharias. Costa et al (2022) apresentam um Sistema Híbrido a partir da interdisciplinaridade entre as áreas da Matemática, Economia, Lógica de Programação e Algoritmos, proporcionando uma melhora do desempenho e controle de atividades comerciais, bem como nas tomadas de decisões, resultando em uma estratégia denominada Inteligência de Negócios.

1.4 Objetivo

Esse artigo propõe a interdisciplinaridade entre as componentes curriculares de Matemática, Física, Algoritmos Computacionais e Lógica de Programação nos cursos Técnicos Integrados de Informática. Essa estratégia está sendo aplicada com êxito no IFPA *Campus Ananindeua*. Para tanto, o grupo de pesquisa Gradiente de Modelagem Matemática e Simulação Computacional – GM²SC, utiliza o *software* SPYDER, versão 5.2.2, como *IDE (Integrated Development Environment)* para executar a linguagem PYTHON, pois esse programa apresenta uma interface amigável e códigos flexíveis ao ensino das disciplinas dos cursos técnicos de Informática na modalidade Integrada.

2. Metodologia

2.1 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática empregada neste trabalho está fundamentada em Sistemas Lineares: modelos matemáticos designados a atender, isocronicamente, um conjunto de equações, conforme mostra a Expressão (1) (Costa et al 2021).

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

em que,

$a_{mn} \rightarrow$ são os coeficientes das variáveis;

$b_m \rightarrow$ são as constantes;

$x_n \rightarrow$ são as variáveis;

$m \rightarrow$ representa o número de equações;

$n \rightarrow$ representa o número de variáveis.

2.2 Modelagem Computacional

2.2.1 Lógica de Programação

A Lógica de Programação (LP) é essencial para pessoas que desejam trabalhar com desenvolvimento de programas para computadores. A LP pode ser definida como um conjunto de técnicas para encadear pensamentos a fim de atingir determinado objetivo.

Problema: Trocar uma lâmpada. Sequência de passos para a solução:

1. *Pegue uma escada;*
2. *Posicione a escada embaixo da lâmpada;*
3. *Pegue uma lâmpada nova;*
4. *Suba na escada;*
5. *Retire a lâmpada velha;*
6. *Coloque a lâmpada nova.*

2.2.2 Algoritmo com Estrutura de Decisão

Os algoritmos apresentam uma sequência de passos que devem ser seguidos para atingir um objetivo definido. Porém, existem algoritmos nos quais a execução de alguns passos pode depender de decisões a serem tomadas. Por exemplo, o nosso primeiro algoritmo define uma sequência de passos para trocar uma lâmpada. Não foi indagado se a lâmpada está queimada. Simplesmente trocou-se a lâmpada sem fazer qualquer teste. Para resolver esse problema, pode-se acrescentar ao algoritmo um teste que verifique se a lâmpada deverá ser trocada:

1. *Ligue o interruptor*
2. *Se a lâmpada não acender:*
 - 2.1. *Pegue uma escada;*
 - 2.2. *Posicione a escada embaixo da lâmpada;*
 - 2.3. *Pegue uma lâmpada nova;*
 - 2.4. *Suba na escada;*
 - 2.5. *Retire a lâmpada velha;*
 - 2.6. *Coloque a lâmpada nova.*

Neste caso os passos de 2.1 a 2.6 dependem da condição em 2, ou seja, só serão executados caso a condição seja satisfatória (a lâmpada não acender).

2.2.3 Algoritmo com Estrutura de Repetição

Apesar de nosso novo algoritmo estar verificando a necessidade de trocar a lâmpada antes de fazê-lo, em momento algum verificamos se a lâmpada nova que foi instalada funciona. Assim, vamos tentar alterar o nosso algoritmo a fim de garantir que ao fim de sua execução tenhamos uma lâmpada funcionando. Para isso, vamos incluir um novo teste em seu final:

1. Ligue o interruptor
2. Se a lâmpada não acender:
 - 2.1. Pegue uma escada;
 - 2.2. Posicione a escada embaixo da lâmpada;
 - 2.3. Pegue uma lâmpada nova;
 - 2.4. Suba na escada;
 - 2.5. Retire a lâmpada velha;
 - 2.6. Coloque a lâmpada nova;
 - 2.7. Enquanto a lâmpada não acender:
 - 2.7.1. Retire a lâmpada;
 - 2.7.2. Coloque uma outra lâmpada.

2.2.4 Programação em PYTHON

Para iniciar o estudo no ambiente de programação do SPYDER, é necessário conhecer seu ambiente de trabalho. As Tabelas 1, 2 e 3 ilustram os principais comandos que serão úteis na resolução e representação gráfica de funções polinomiais.

A Tabela 1 ilustra algumas das principais operações com escalares em PYTHON, exemplificando-as.

Tabela 1: Principais operações com escalares

Operação	Símbolo	Exemplo
Adição	+	3 + 5
Subtração	-	20 – 10
Multiplicação	*	5 * 3
Divisão	/	10/4
Potenciação	**	5 ** 2

Fonte: Autores.

A Tabela 2 apresenta comandos que representam algumas das principais funções da matemática presentes no PYTHON e suas descrições. Neste caso, há a necessidade de importar a biblioteca *numpy*: `import numpy as np`.

Tabela 2: Principais funções matemáticas do PYTHON

Comando	Descrição
<code>np.sin(x)</code>	Seno de x
<code>np.cos(x)</code>	Cosseno de x
<code>np.tan(x)</code>	Tangente de x
<code>np.exp(x)</code>	Exponencial
<code>np.log(x)</code>	Logaritmo natural de x
<code>np.sqrt(x)</code>	Raiz quadrada de x
<code>np.array([x,y,z],[a,b,c])</code>	Declarar uma matriz 2x3
<code>np.linalg.solve(A, b)</code>	Solução de um Sistema Linear

Fonte: Autores.

É possível construir gráficos com o PYTHON. Os comandos mais frequentes estão representados na Tabela 3. Neste caso, existe a necessidade de importar a biblioteca *matplotlib*: `import matplotlib.pyplot as plt`.

Tabela 3: Tipos de Gráficos bidimensionais

Comando	Descrição
<code>plt.plot</code>	Plotar gráfico linear
<code>plt.polar</code>	Gráfico em coordenadas polares
<code>plt.bar</code>	Gráfico de barras
<code>plt.stem</code>	Gráfico de sequência discreta
<code>plt.hist</code>	Gráfico em histograma

Fonte: Autores.

3. Resultados e Discussões

A situação-problema está vinculada ao estudo da Eletrodinâmica, especificamente, nas Leis de Kirchhoff. Essas leis permitem modelar as variáveis envolvidas em um circuito elétrico:

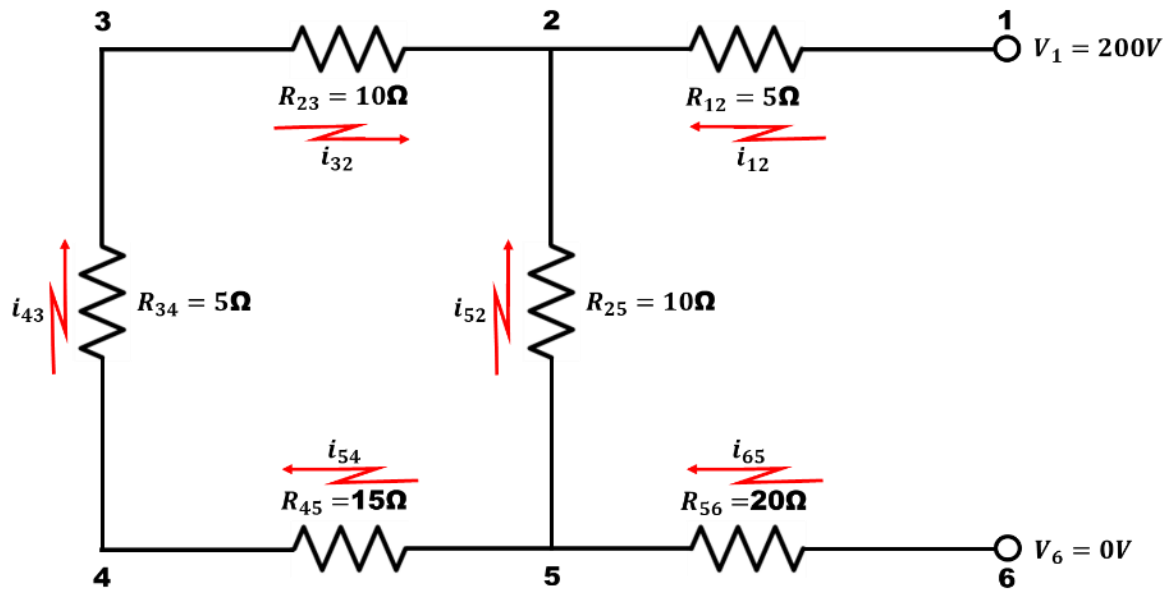
$i \rightarrow$ Intensidade da corrente elétrica (em A);

$R \rightarrow$ Resistência elétrica (em Ω);

$V \rightarrow$ Tensão elétrica (em V).

A Figura 1 representa um circuito elétrico, cujas correntes elétricas associadas, são desconhecidas tanto no valor quanto no sentido.

Figura 1: Circuito elétrico com estimação dos sentidos das correntes elétricas



Fonte: Chapra, 2018.

Aplicando as Leis de Kirchhoff, teremos o Sistema de Equações Lineares (2). A solução desse problema equivale à resolução de um sistema de matrizes, conforme mostra (3). Os sentidos das correntes foram, aleatoriamente, escolhidos para a modelagem do Sistema Linear.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{12} + i_{52} + i_{32} = 0 \\ i_{65} - i_{52} - i_{54} = 0 \\ i_{43} - i_{32} = 0 \\ i_{54} - i_{43} = 0 \\ -i_{54}R_{54} - i_{43}R_{43} - i_{32}R_{32} + i_{52}R_{52} = 0 \\ -i_{65}R_{65} - i_{52}R_{52} + i_{12}R_{12} - 200 = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\begin{array}{cc} \text{Matriz K} & \mathbf{i} \quad \text{Matriz B} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 10 & -10 & 0 & -15 & -5 \\ 5 & -10 & 0 & -20 & 0 & 0 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} i_{12} \\ i_{52} \\ i_{32} \\ i_{65} \\ i_{54} \\ i_{43} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \end{array} \right] \end{array} \quad (3)$$

As Figura 2a e 2b apresentam o *script*, desenvolvido em linguagem PYTHON, responsável pela modelagem computacional.

Figura 2a: Script parte I

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Created on Sat Feb 26 10:21:06 2022
4
5  @author:
6      Grupo de pesquisa Gradiente de Modelagem
7      Matemática e Simulação Computacional - GM2SC
8  Script: Sistemas de Equações Lineares
9  """
10 # Importando a biblioteca para Cálculo com Matrizes
11 import numpy as np
12 # Declarando a Matriz dos coeficientes: K
13 K = np.array([
14     [1, 1, 1, 0, 0, 0], \
15     [0, -1, 0, 1, -1, 0], \
16     [0, 0, -1, 0, 0, 1], \
17     [0, 0, 0, 0, 1, -1], \
18     [0, 10, -10, 0, -15, -15], \
19     [5, -10, 0, -20, 0, 0] \
20 ])
21
```

Fonte: Autores.

Figura 2b: Script parte II

```
22 # Declarando a Matriz das constantes: B
23 B = np.array([0, 0, 0, 0, 0, 200])
24 # Resolução do Sistema Linear: S
25 S = np.linalg.solve(K, B)
26 print('=====')
27 print('Matriz K =', K)
28 print('Matriz B =', B)
29 Sol = np.array([S])
30 print('Matriz Solução =', Sol)
31 print('i = ')
32 print('i12=', round(Sol[0, 0], 4), 'A')
33 print('i52=', round(Sol[0, 1], 4), 'A')
34 print('i32=', round(Sol[0, 2], 4), 'A')
35 print('i65=', round(Sol[0, 3], 4), 'A')
36 print('i54=', round(Sol[0, 4], 4), 'A')
37 print('i43=', round(Sol[0, 5], 4), 'A')
38 print('===== Fim do Programa =====')
39
40
```

Fonte: Autores.

A Figura 3 apresenta o resultado da simulação computacional. O resultado positivo de i_{12} indica que o sentido adotado estava preciso. Enquanto que, os sinais negativos, das demais correntes, mostram que o sentido adotado a elas estava invertido.

Figura 3: Solução da Modelagem Matemática-Computacional

```

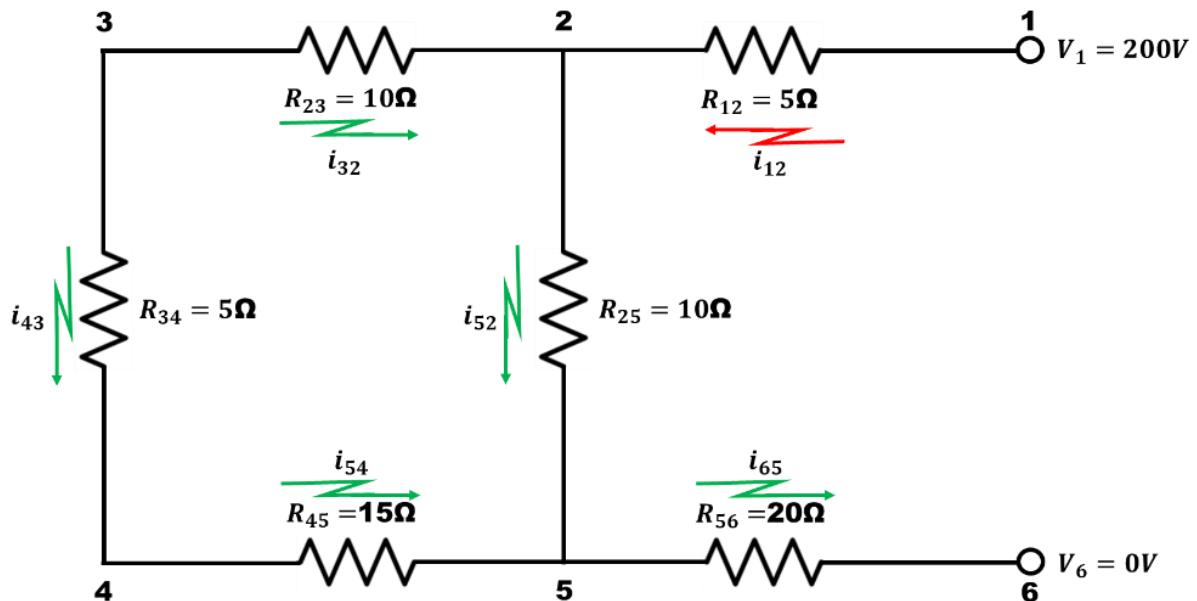
=====
Matriz K = [[ 1  1  1  0  0  0]
[ 0 -1  0  1 -1  0]
[ 0  0 -1  0  0  1]
[ 0  0  0  0  1 -1]
[ 0 10 -10  0 -15 -15]
[ 5 -10  0 -20  0  0]]
Matriz B = [ 0  0  0  0  0 200]
Matriz Solução = [[ 6.06060606 -4.84848485 -1.21212121 -6.06060606 -1.21212121 -1.21212121]]
i =
[i12= 6.0606 A
i52= -4.8485 A
i32= -1.2121 A
i65= -6.0606 A
i54= -1.2121 A
i43= -1.2121 A]
===== Fim do Programa =====

```

Fonte: Autores.

A Figura 4 exibe o circuito elétrico com as orientações ajustadas das correntes elétricas. O sentido de i_{12} é mantido (cor vermelha). As demais correntes têm seus sentidos invertidos (cor verde) indicando que as orientações anteriores estavam incorretas.

Figura 4: Circuito elétrico com as orientações ajustadas das correntes elétricas



Fonte: Adaptado de Chapra, 2018.

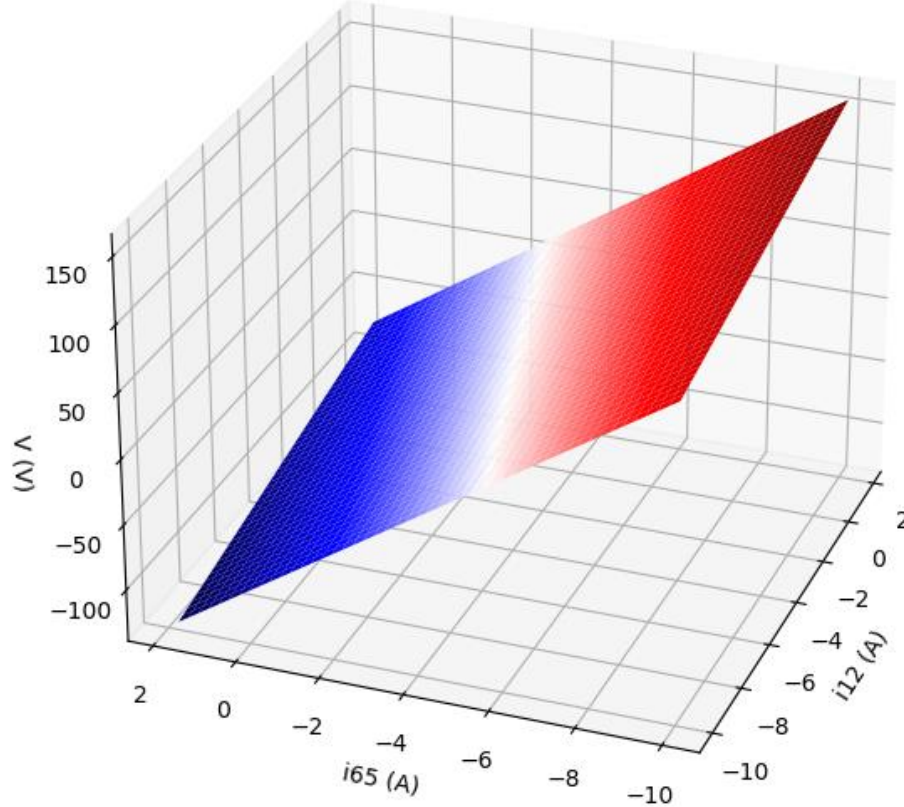
Analisando a malha formada pela Equação (4) e considerando $V_1(i)$ desconhecida, pode-se estimar que:

$$V_1(i_{12}, i_{65}) = i_{12}R_{12} - i_{65}R_{65} - i_{52}R_{52} \quad (4)$$

$$V_1(i_{12}, i_{65}) = 5i_{12} - 20i_{65} - 48.485$$

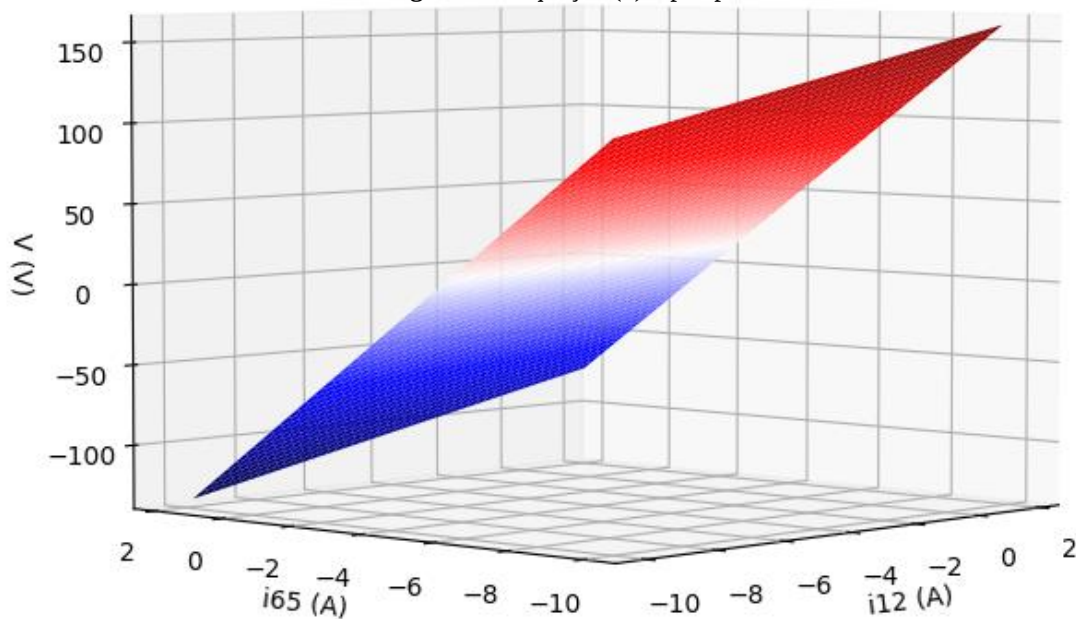
A representação gráfica do comportamento da malha, dada pela Equação (4), está exposta nas Figuras 5a, 5b e 5c, sob diferentes perspectivas.

Figura 5a: Equação (4) – perspectiva 1



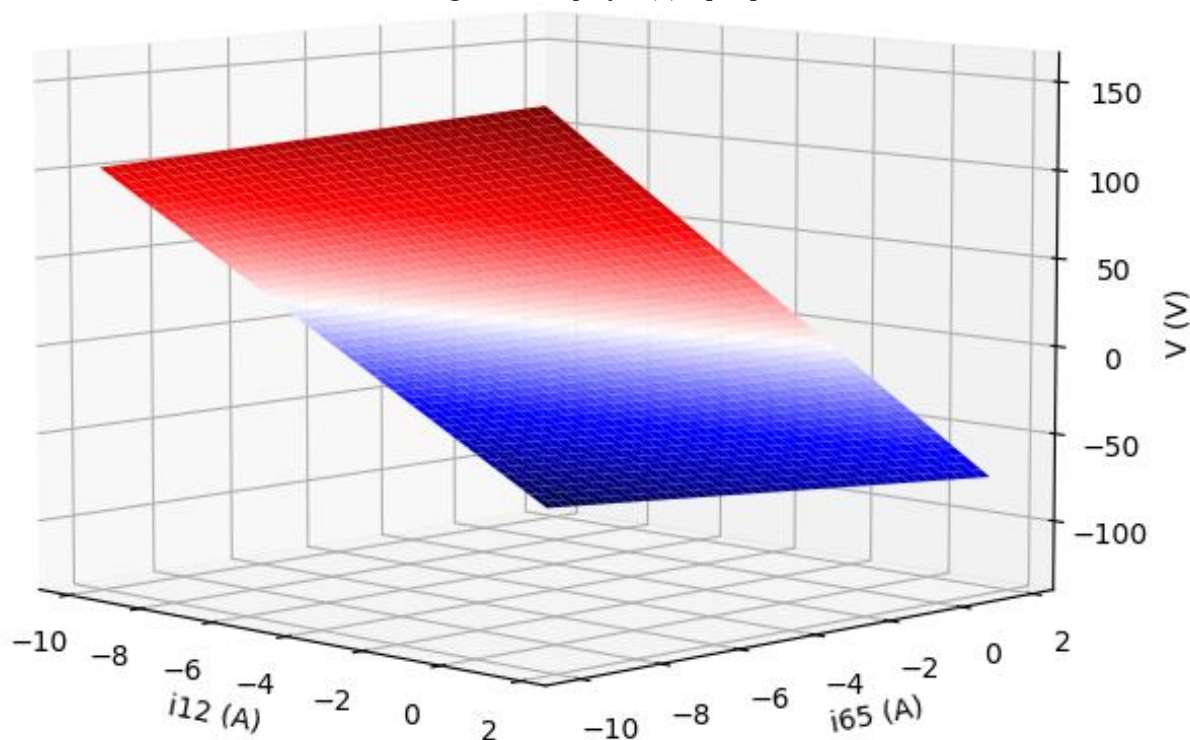
Fonte: Autores.

Figura 5b: Equação (4) – perspectiva 2



Fonte: Autores.

Figura 5c: Equação (4) – perspectiva 3



Fonte: Autores.

As Figuras 6a e 6b apresentam o *script*, desenvolvido em linguagem PYTHON, responsável pela modelagem computacional da Equação (4).

Figura 6a: Modelagem computacional da Equação (4) – parte 1

```

1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Created on Sat Mar 19 22:30:14 2022
4
5  @author:
6      Grupo de pesquisa Gradiente de Modelagem
7      Matemática e Simulação Computacional - GM*SC
8  Script: Modelagem do Circuito Elétrico
9  """
10 # Bibliotecas utilizadas
11
12 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
13 import numpy as np
14 import matplotlib.pyplot as plt
15
16 fig = plt.figure()
17 ax = Axes3D(fig)
18 # Corrente elétrica i12
19 i12 = np.arange(-10, 2, 0.25)
20 # Corrente elétrica i65
21 i65 = np.arange(-10, 2, 0.25)
22 # Modelagem da Equação (4)
23 X1, Y1 = np.meshgrid(i12, i65)
24 V = 5*X1 - 20*Y1 - 48.489
25 #=====

```

Fonte: Autores.

Figura 6b: Modelagem computacional da Equação (4) – parte 2

```
25  #=====
26  # Representação gráfica
27  ax.set_xlabel('i12 (A)')
28  ax.set_ylabel('i65 (A)')
29  ax.set_zlabel('V (V)')
30  ax.set_title('V(i)')
31  ax.plot_surface(X1, Y1, V, cmap='seismic')
32
```

Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

O uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) em ambientes educacionais possibilita, um processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, interativo e contextualizado com a realidade dos alunos. Acredita-se que as TDIC contribuem didaticamente para otimizar o período acadêmico ao interrelacionar, por exemplo, Leis de Kirchhoff, Sistemas Lineares e Lógica de Programação.

Desta forma, existe a necessidade da transversalidade das disciplinas principalmente do ensino técnico integrado ao ensino médio em que se tem um currículo extenso com habilidades e competências que podem ser trabalhadas de forma complementar, garantindo a integralização dos saberes e melhorando a formação do discente.

Neste artigo, apresentou-se uma das ferramentas de TDIC: o PYTHON. Essa linguagem de programação é capaz de expandir o entendimento das aplicações pois propicia uma excelente compreensão dos conteúdos e suas abstrações. Futuramente, pretende-se estender a análise da transversalidade de outras componentes curriculares fazendo com que os cursos técnicos, integrados ao ensino médio, sejam realmente integrados e garantam a universalização dos saberes, das habilidades e das competências a fim de promover a excelência na formação profissional e cidadã.

5. Referências

- ABIA, L.M. ANGULO, O. LÓPEZ-MARCOS, J.C. LÓPEZ-MARCOS, M.A. **Approximating the survival probability in finite life-span population models**. Appl. Math. 782–792, 2018.
- ANGULO, O. CRAUSTE, F. LÓPEZ-MARCOS, J.C. **Numerical integration of an erythropoiesis model with explicit growth factor dynamics**. Appl. Math. 330 769–781, 2018.
- CAMILLO, C. M. **Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 9, n. 7, p. e182973272. DOI: 10.33448/rsd-v9i7.3272. 2020.

CHAPRA, Steven C. **Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists**. Berger Chair in Computing and Engineering, Tufts University. Fourth edition. New York, NY: McGraw-Hill Education. 2018.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; NEVES, L. P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. 2nd ed. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; SILVA, H. C. M. da. SILVA, S. T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. 1st ed. Belém-PA, SINEPEM-IFPA. 2021.

COSTA, D. C. L.; NOOBLATH, R. S.; SILVA, A. B. das N. da. SOUSA, A. N.; BARROS, C. F. de; CAMPOS, J. D. C.; SOUZA, K. N. de. **Modelo Híbrido de Análise Financeira Aplicado no Aprimoramento da Inteligência de Negócios**. RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar - ISSN:2675-6218. DOI: 10.47820/recima21.v3i1.1103. 2022.

CNCT. **Catálogo Nacional de Cursos Técnicos**. Ministério da Educação. Disponível em: <http://cnct.mec.gov.br/>. 2020.

FAKHARANY, M. EGOROVA, V.N. **Company, Numerical valuation of two-asset options under jump diffusion models using Gauss–Hermite quadrature**. Math. 821–833, 2018.

FERRÁNDIZ-VIDAL, A. GONZÁLEZ-PINTOR, S. GINESTAR, D. DEMAZIÈRE, C. VERDÚ, G. **Pin-wise homogenization for SPN neutron transport using the finite element method**. Appl. Math. 330 805–820, 2018.

JACKSON, M. CHEN-CHARPENTIER, B.M. **A model of biological control of plant virus propagation with delays**, J. Comput. Appl. Math. 330 854–864, 2018.

PIQUERAS, M.A. COMPANY, R. JÓDAR, L. **Computing positive stable numerical solutions of moving boundary problems for concrete carbonation**. Math. 793–804, 2018.



ANÁLISE DA FUNÇÃO TRANSCENDENTE IMPLEMENTADA EM LINGUAGEM R DE PROGRAMAÇÃO

ANALYSIS OF THE TRANSCENDENT FUNCTION IMPLEMENTED IN R PROGRAMMING LANGUAGE

Denis Carlos Lima Costa¹

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br

Heictor Alves de Oliveira Costa²

Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Belém / heictor8@gmail.com

Silvio Tadeu Teles da Silva³

Faculdade Estácio Belém / silvio.matematica@gmail.com

Rosângela dos Santos Azevedo⁴

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / 992120536rosangela@gmail.com

Mayra Xavier dos Santos⁵

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / xaviermayra01@gmail.com

Área Temática 02:

ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

A Matemática, conhecida como a Ciência dos padrões, das ordens e das relações, evoluiu a partir das práticas elementares de contar, medir e descrever as formas dos objetos: Trata-se de raciocínio lógico e cálculo quantitativo. O desenvolvimento da Matemática envolveu um grau crescente de idealização e abstração de seus propósitos. Desde o século XVII, a matemática tem sido um complemento indispensável às Ciências Físicas e tecnológicas e, em tempos mais recentes, assumiu um papel semelhante nos aspectos quantitativos das Ciências da vida (Waldschmidt, 2006).

A Função Transcendente, em Matemática, é toda função não exprimível como uma combinação finita de operações algébricas de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. Tais funções são exprimíveis em termos algébricos apenas como séries infinitas. Na Matemática, o termo transcendente significa não algébrico (Chapra, 2018).

Para Song et al (2020), no estudo do comportamento de fenômenos naturais e sociais, é fundamental realizar modelagens matemáticas que maximizem os mecanismos da realidade. Deve-se considerar, sempre, o comportamento das perturbações, como um fenômeno comum no ecossistema. Contudo, essas perturbações, frequentemente, não podem ser representadas por funções algébricas.

Dessa forma, este artigo tem como propósito primário apresentar a Função Transcendente como alternativa à implementação das perturbações inerentes aos fenômenos estudados nas Ciências e suas Tecnologias.

2. Metodologia

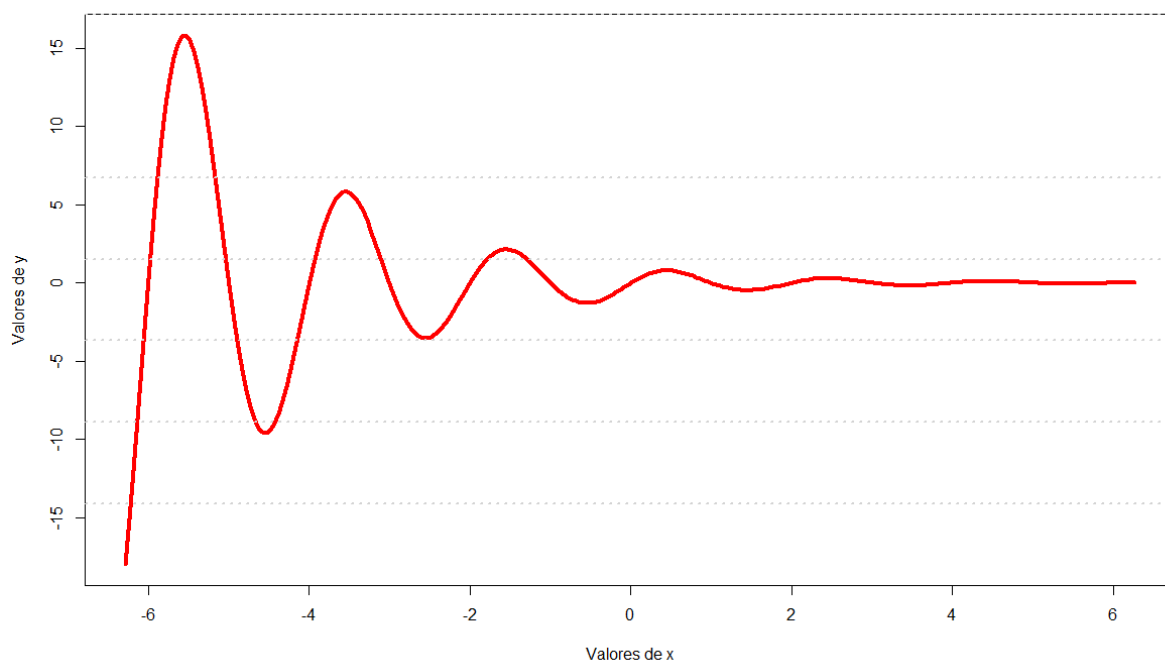
2.1 Modelagem Matemática

Costa et al (2021) consideram que a Modelagem Matemática está relacionada aos termos como sistema, modelo e simulação. Neste artigo, a Modelagem Matemática empregada está fundamentada em duas funções transcendentais, conforme mostram as Expressões (1) e (2).

$$f(x) = e^{-0.5x} \text{sen}(\pi x) \quad (1)$$

cujo gráfico está exposto na Figura 1.

Figura 1: Função Transcendente $f(x)$
 $f(x)=e^{(-0.5x)} \text{sen}(\pi x)$



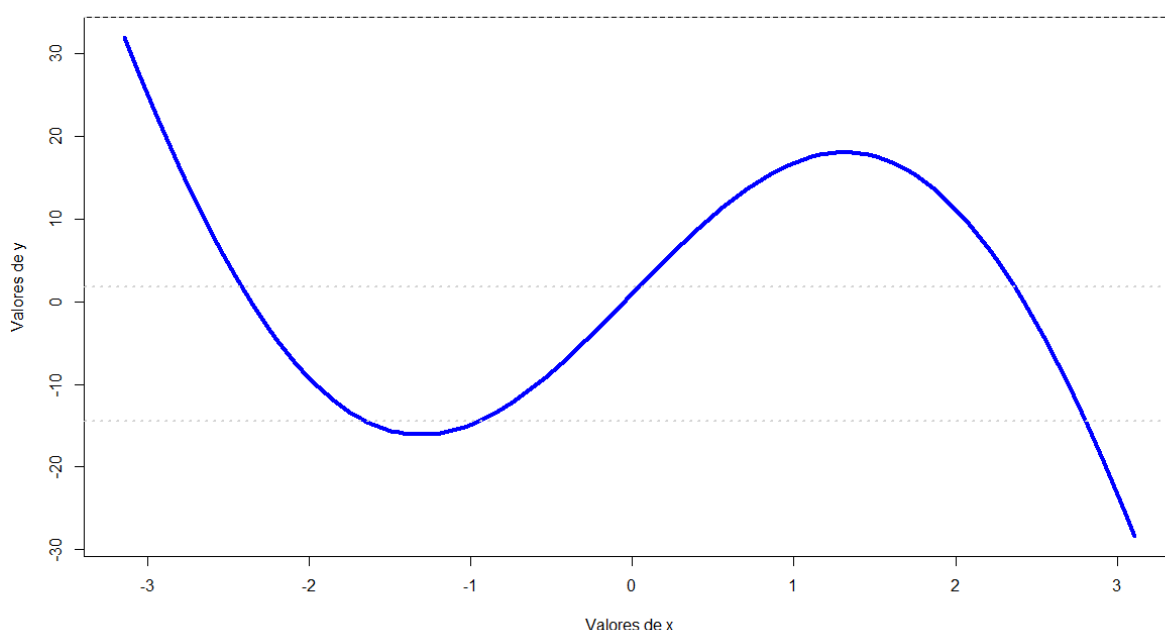
Fonte: Autores.

O gráfico da Função $f(x)$ foi definido no domínio $D_f = [-2\pi; 2\pi]$, com incremento $h = 0.05$.

$$g(x) = 20\text{sen}(x) - x^3 + 1 \quad (2)$$

cuja representação gráfica está exibida na Figura 2.

Figura 2: Função Transcendente $g(x)$
 $g(x)=20\text{sen}(x)-x^3+1$



Fonte: Autores.

O gráfico da Função $g(x)$ foi definido no domínio $D_f = [-\pi; \pi]$, com incremento $h = 0.05$.

2.2 Modelagem Computacional

Costa et al (2022) fundamentam a Modelagem Computacional associada a um simples, gratuito e robusto sistema computacional. Nesta mesma perspectiva, aplicou-se uma linguagem de programação gratuita e que apresenta excelentes resultados no processo de ensino-aprendizagem multidisciplinar: a linguagem **R** de programação.

A linguagem **R** é multi-paradigma com programação funcional, dinâmica, fracamente tipada, voltada à manipulação, análise e visualização de dados (Kruschke, 2015).

Para iniciar o estudo no ambiente de programação do *RStudio*, é necessário conhecer seu ambiente de trabalho. A Tabelas 1, 2 e 3 ilustram os principais comandos que serão úteis na resolução e representação gráfica de funções Transcendentes.

A Tabela 1 ilustra algumas das principais operações com escalares em linguagem R, exemplificando-as.

Tabela 1: Principais operações com escalares em R

Operação	Símbolo	Exemplo
Adição	+	$2 + 8$
Subtração	-	$5 - 13$
Multiplificação	*	$-4 * 7$
Divisão	/	$15/3$
Potenciação	$\wedge$	$2 \wedge 5$

Fonte: Autores.

A Tabela 2 apresenta comandos que representam algumas das principais funções da matemática presentes no *RStudio* e suas descrições.

Tabela 2: Principais funções matemáticas em R

Comando	Descrição
$\sin(x)$	Seno de x
$\cos(x)$	Cosseno de x
$\tan(x)$	Tangente de x
$\exp(x)$	Exponencial
$\log(x)$	Logaritmo natural de x
$\text{sqrt}(x)$	Raiz quadrada de x

Fonte: Autores.

É possível construir gráficos em linguagem **R**. Os comandos mais frequentes estão representados na Tabela 3.

Tabela 3: Tipos de Gráficos bidimensionais em R

Comando	Descrição
plot	Plotar gráfico linear
boxplot	Visualiza efeito dos tratamentos
barplot	Gráfico de barras
hist	Gráfico em histograma

Fonte: Autores.

3. Resultados e Discussões

A Modelagem Matemática-Computacional, desenvolvida neste artigo, é descrita nas Figuras 3 e 4.

A Figura 3 destaca a implementação da função $f(x)$, denominada no *script* em **R** por $f1$. Percebe-se que a Expressão (1) é uma fusão entre a função Exponencial e a função Seno. O

comportamento gráfico, demonstrado na Figura 3 é proveniente dessa fusão, que frequentemente é usada na observação de sistemas em amortecimento.

Figura 3: Script referente à função $f(x)$

```

1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA:
3 # Bacharelado em Ciência e Tecnologia
4 # UFPA Campus BELÉM:
5 # Computação Aplicada
6 print('----- Início do Programa f1 -----')
7 # Função Transcendente  $f(x)=e^{(-0.5x)} \sin(\pi x)$ 
8 # Domínio da função:  $x$ 
9 x = seq (from = -2*pi, to = 2*pi, by = 0.05)
10 # Declarando a Função  $f(x)$ 
11 f = exp(-0.5*x) * sin(pi*x)
12 # Representação Gráfica
13 plot(x,f,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
14      main=" $f(x)=e^{(-0.5x)} \sin(\pi x)$ ",col="red",type="l",lwd=4)
15 grid(-2*pi, 2*pi, lwd = 2)
16 print('----- Final do Programa f1 -----')
17 |

```

Fonte: Autores.

A Figura 4 destaca a implementação da função $g(x)$, denominada no script em R por $g1$. Percebe-se que a Expressão (2) é uma fusão entre a função Seno e uma função Cúbica. O comportamento gráfico, demonstrado na Figura 4 é proveniente dessa fusão, que frequentemente é usada na observação de curva logística.

Figura 4: Solução da Modelagem Matemática-Computacional

```

1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA:
3 # Bacharelado em Ciência e Tecnologia
4 # UFPA Campus BELÉM:
5 # Computação Aplicada
6 print('----- Início do Programa g1 -----')
7 # Função Transcendente  $g(x)=20\sin(x)-x^3+1$ 
8 # Domínio da função:  $x$ 
9 x = seq (from = -pi, to = pi, by = 0.05)
10 # Declarando a Função  $g(x)$ 
11 g = 20 * sin(x) - x^3 + 1
12 # Representação Gráfica
13 plot(x,g,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
14      main=" $g(x)=20\sin(x)-x^3+1$ ",col="blue",type="l",lwd=4)
15 grid(-pi, pi, lwd = 2)
16 print('----- Final do Programa g1 -----')
17 |

```

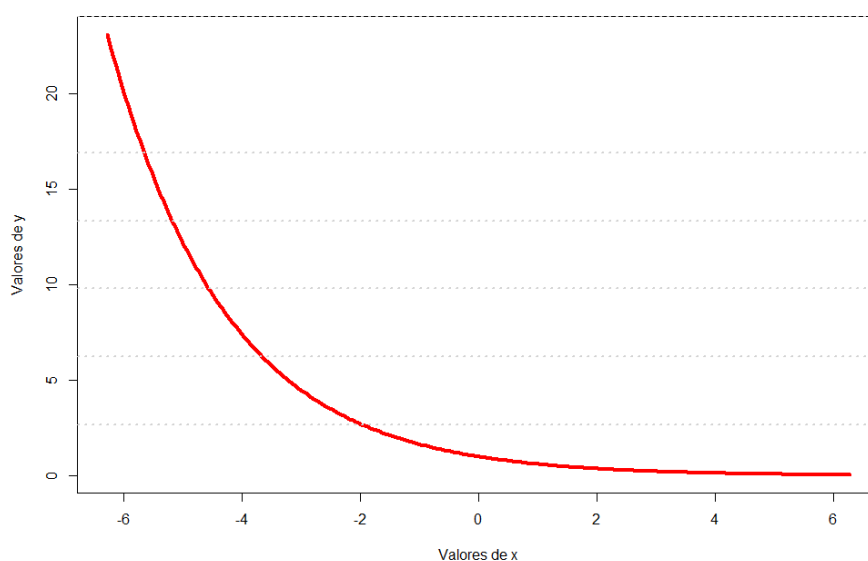
Fonte: Autores.

Essas funções são capazes de modelar, com alta precisão e excelente acurácia, o comportamento de vários fenômenos, como por exemplo, crescimento das populações, taxa de aprendizado e crescimento dos negócios.

Considerando a função $f(x)$ em duas partes $f_1(x) = e^{-0.5x}$ e $f_2(x) = \text{sen}(\pi x)$, teremos as representações gráficas dadas pelas Figuras 5 e 6, respectivamente.

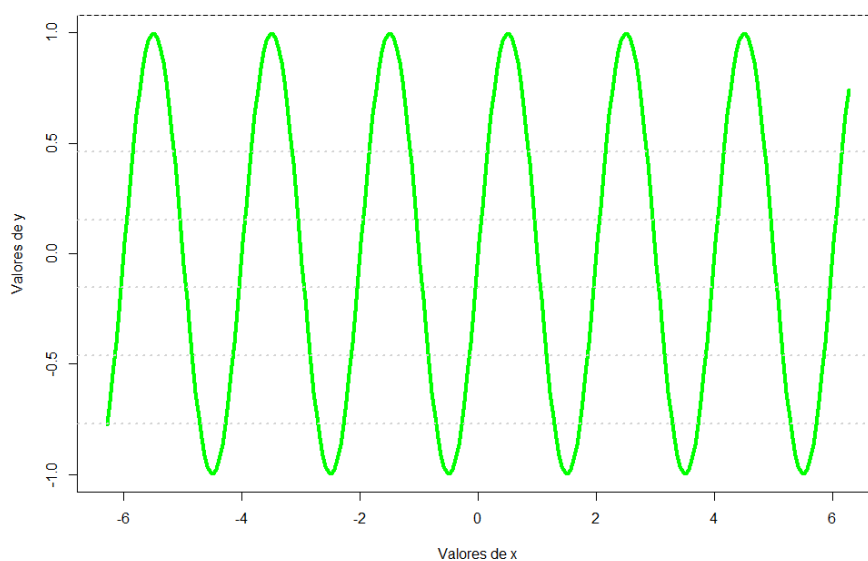
O código fonte para $f(x)$ foi redefinido, a fim de atender a Expressão (1) decomposta. A Figura 7 exhibe essa nova configuração.

Figura 5: $f(x)$ parte I
 $f(x)=e^{(-0.5x)}$



Fonte: Autores.

Figura 6: $f(x)$ parte II
 $f(x)=\text{sen}(\pi x)$



Fonte: Autores.

Figura 7: Script para $f(x)$ decomposta

```
1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA:
3 # Bacharelado em Ciência e Tecnologia
4 # UFPA Campus BELÉM:
5 # Computação Aplicada
6 print('----- Início do Programa f1 -----')
7 # Função Transcendente  $f(x)=e^{(-0.5x)} \sin(\pi x)$ 
8 # Domínio da função:  $x$ 
9 x = seq (from = -2*pi, to = 2*pi, by = 0.05)
10 # Declarando a Função  $f(x)$ 
11 f1 = exp(-0.5*x)
12 f2 = sin(pi*x)
13 # Representação Gráfica
14 # Gráfico 1
15 plot(x,f1,xlab="Valores de x",ylab="Valores de y",
16      main="f(x)=e^(-0.5x)",col="red",type="l",lwd=4)
17 grid(-2*pi, 2*pi, lwd = 2)
18 # Gráfico 2
19 plot(x,f2,xlab="Valores de x",ylab="Valores de y",
20      main="f(x)=sen(πx)",col="green",type="l",lwd=4)
21 grid(-2*pi, 2*pi, lwd = 2)
22 print('----- Final do Programa f1 -----')
23
```

Fonte: Autores.

O código fonte para $g(x)$ foi redefinido, a fim de atender a Expressão (2) decomposta.

A Figura 8 exibe essa nova configuração.

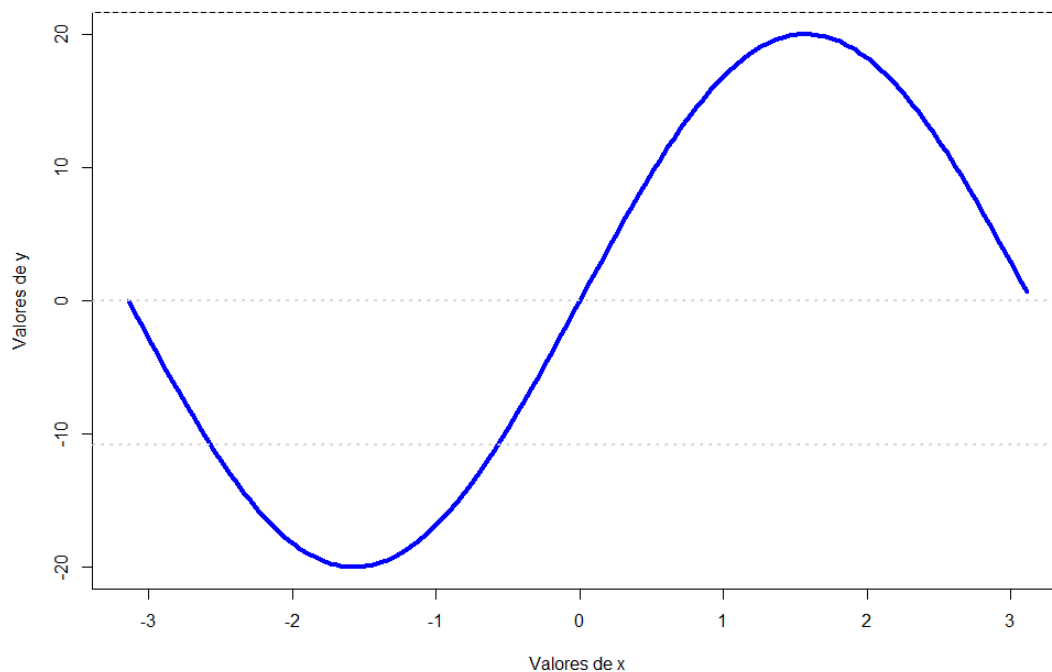
Figura 8: Script para $g(x)$ decomposta

```
1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA:
3 # Bacharelado em Ciência e Tecnologia
4 # UFPA Campus BELÉM:
5 # Computação Aplicada
6 print('----- Início do Programa g1 -----')
7 # Função Transcendente  $g(x)=20\sin(x)-x^3+1$ 
8 # Domínio da função:  $x$ 
9 x = seq (from = -pi, to = pi, by = 0.05)
10 # Declarando a Função  $g(x)$ 
11 g1 = 20 * sin(x)
12 g2 = - x^3 + 1
13 # Representação Gráfica
14 # Gráfico 1
15 plot(x,g1,xlab="Valores de x",ylab="Valores de y",
16      main="g(x)=20sen(x)",col="blue",type="l",lwd=4)
17 grid(-pi, pi, lwd = 2)
18 # Gráfico 2
19 plot(x,g2,xlab="Valores de x",ylab="Valores de y",
20      main="g(x)=-x^3+1",col="magenta",type="l",lwd=4)
21 grid(-pi, pi, lwd = 2)
22 print('----- Final do Programa g1 -----')
23
```

Fonte: Autores.

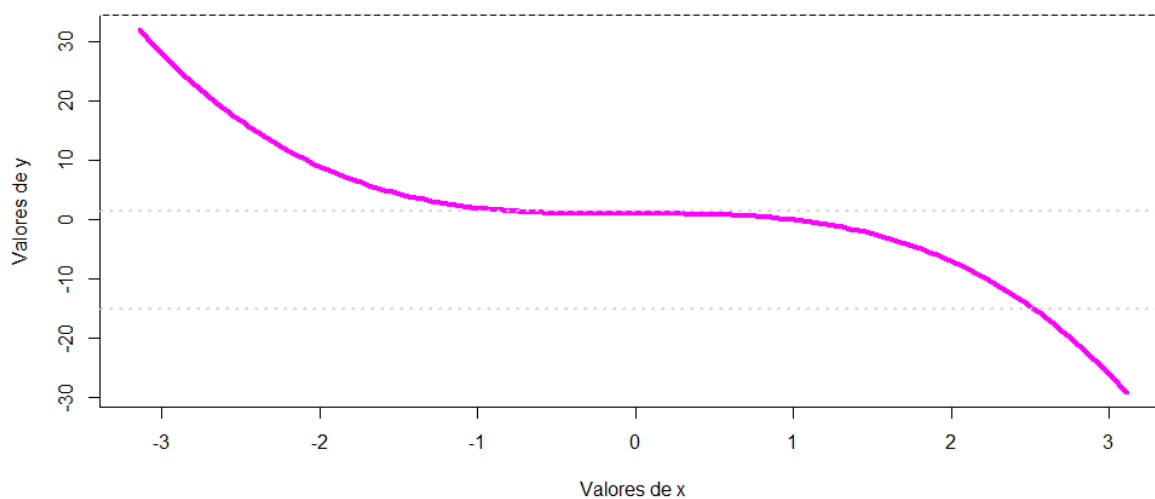
Considerando a função $g(x)$ em duas partes $g_1(x) = 20\text{sen}(x)$ e $g_2(x) = -x^3 + 1$, teremos as representações gráficas dadas pelas Figuras 9 e 10, respectivamente.

Figura 9: $g(x)$ parte I
 $g(x)=20\text{sen}(x)$



Fonte: Autores.

Figura 10: $g(x)$ parte II
 $g(x)=-x^3+1$



Fonte: Autores.

Considerando a Função $F(x)$ definida no domínio $D_f = [-2\pi; 2\pi]$, com incremento $h = 0.05$. $F(x)$ será representado pela Equação (3) e pela Equação (4).

$$F_3(x) = \frac{\text{sen}(x + 1)}{x^3 + 1} \quad (3)$$

$$F_4(x) = \frac{x^3 + 1}{\text{sen}(x + 1)} \quad (4)$$

O código-fonte para $F(x)$, em linguagem **R**, foi redefinido, a fim de atender as Expressões (3) e (4). A Figura 8 exibe essa nova configuração.

Figura 11: Script para $F(x)$ composições (3) e (4)

```

1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA: Bacharelado em Ciência e Tecnologia
3 # UFPA Campus BELÉM: PPGEE - Computação Aplicada
4 # Grupo de Pesquisa - GM2SC
5 print('----- Início do Programa g1 -----')
6 # Função Transcendente g(x)=sen(x)/x^3+1
7 # Domínio da função: x
8 x = seq (from = -2*pi, to = 2*pi, by = 0.05)
9 # Declarando a Função F(x)
10 g1 = sin(x+1)
11 g2 = x^3 + 1
12 F3 = g1/g2
13 F4 = g2/g1
14 # Representação Gráfica
15 # Gráfico 1
16 plot(x,F3,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
17      main="F(x)=sen(x+1)/(x^3+1)",col="blue",type="b",lwd=4)
18 grid(nx = NULL, ny = NULL,lty = 3,lwd = 1,col = "gray")
19 # Gráfico 2
20 plot(x,F4,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
21      main="F(x)=(x^3+1)/sen(x+1)",col="magenta",type="b",lwd=2)
22 grid(nx = NULL, ny = NULL,lty = 3,lwd = 1,col = "gray")
23 print('----- Final do Programa F(x) -----')
24

```

Fonte: Autores.

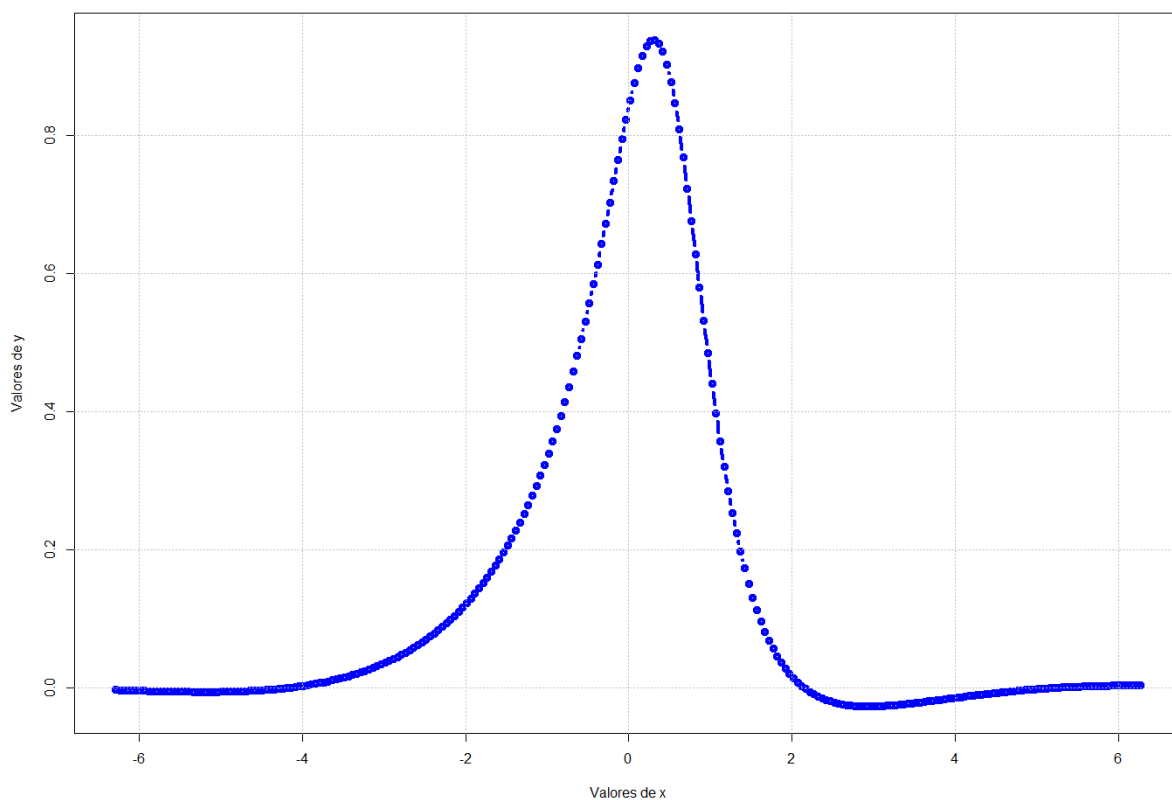
Nota-se que, nas linhas 12 e 13 do código-fonte, a função $F(x)$ é direcionada às versões $F_3(x)$ e $F_4(x)$, respectivamente representadas nas linhas (15) e (19) do script.

Os comandos `type = "b"` e `lwd = 2`, pertencentes ao `plot`, controlam, respectivamente o tipo de linha e a sua espessura.

Os comandos `lty = 3` e `lwd = 2`, pertencentes ao `grid`, controlam as dimensões das linhas de grade.

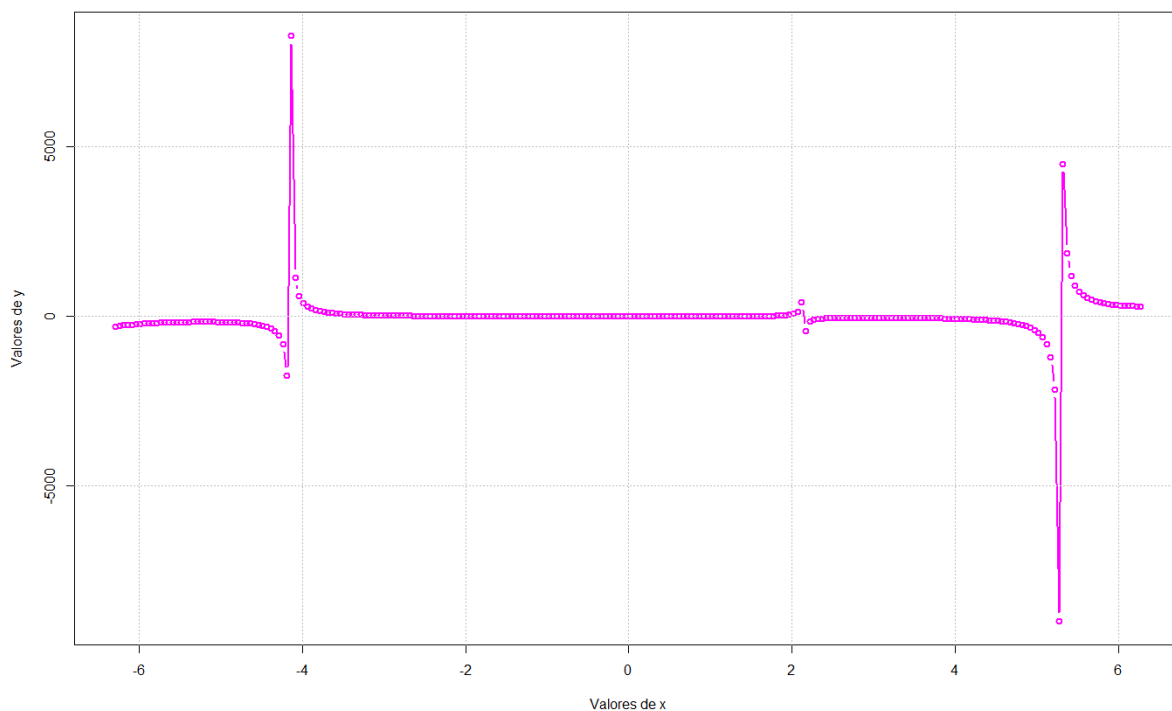
As representações gráficas, das Expressões (3) e (4), estão exibidas nas Figura 12a e 12b, destacando as diferentes composições.

Figura 12a: $F(x)$ composição 1
 $F(x)=\text{sen}(x+1)/(x^3+1)$



Fonte: Autores.

Figura 12b: $F(x)$ composição 2
 $F(x)=(x^3+1)/\text{sen}(x+1)$



Fonte: Autores.

Considerando a Função $H(x)$ definida no domínio $D_f = [-2\pi; 2\pi]$, com incremento $h = 0.05$. $H(x)$ será representado pelas Equações (5), (6) e (7).

$$H_1(x) = \cos(x - 2) \cdot \ln(x + 1) \quad (5)$$

$$H_2(x) = \frac{\cos(x - 2)}{\ln(x + 1)} \quad (6)$$

$$H_3(x) = \frac{\ln(x + 1)}{\cos(x - 2)} \quad (7)$$

O código-fonte para $H(x)$, em linguagem **R**, foi redefinido, a fim de atender as Expressões (5), (6) e (7). A Figura 13 exibe essa nova configuração.

Figura 13: Script para $H(x)$ composições (5), (6) e (7)

```

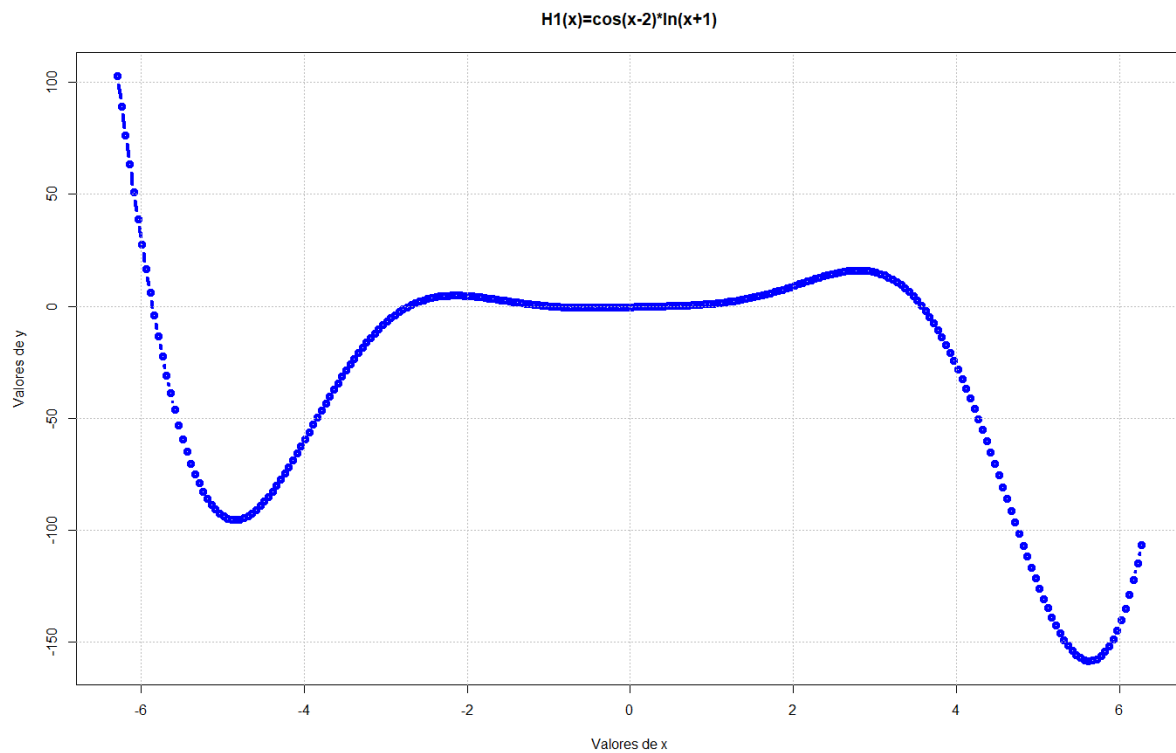
1 # IFPA Campus CASTANHAL - II SILICTI
2 # IFPA Campus ANANINDEUA: Bacharelado em Ciência e Tecnologia
3 # UFPA Campus BELÉM: PPGEE - Computação Aplicada
4 # Grupo de Pesquisa - GM2SC
5 print('----- Início do Programa H(x) -----')
6 # Funções Transcendentes:
7 # h1(x) = cos(x-2) e h2(x) = ln(x+1)
8 # Domínio da função: x
9 x = seq (from = -2*pi, to = 2*pi, by = 0.05)
10 # Declarando as Funções H(x)
11 h1 = cos(x-2)
12 h2 = ln(x+1)
13 H1 = h1*h2
14 H2 = h1/h2
15 H3 = h2/h1
16 # Representações Gráficas
17 # Gráfico 1
18 plot(x,H1,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
19      main="H1(x)=cos(x-2)*ln(x+1)",col="blue",type="b",lwd=4)
20 grid(nx = NULL, ny = NULL,lty = 3,lwd = 1,col = "gray")
21 # Gráfico 2
22 plot(x,H2,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
23      main="H2(x)=cos(x-2)/ln(x+1)",col="red",type="b",lwd=2)
24 grid(nx = NULL, ny = NULL,lty = 3,lwd = 1,col = "gray")
25 # Gráfico 3
26 plot(x,H3,xlab="valores de x",ylab="valores de y",
27      main="H3(x)=ln(x+1)/cos(x-2)",col="green",type="l",lwd=4)
28 grid(nx = NULL, ny = NULL,lty = 3,lwd = 1,col = "gray")
29 print('----- Final do Programa H(x) -----')
30

```

Fonte: Autores.

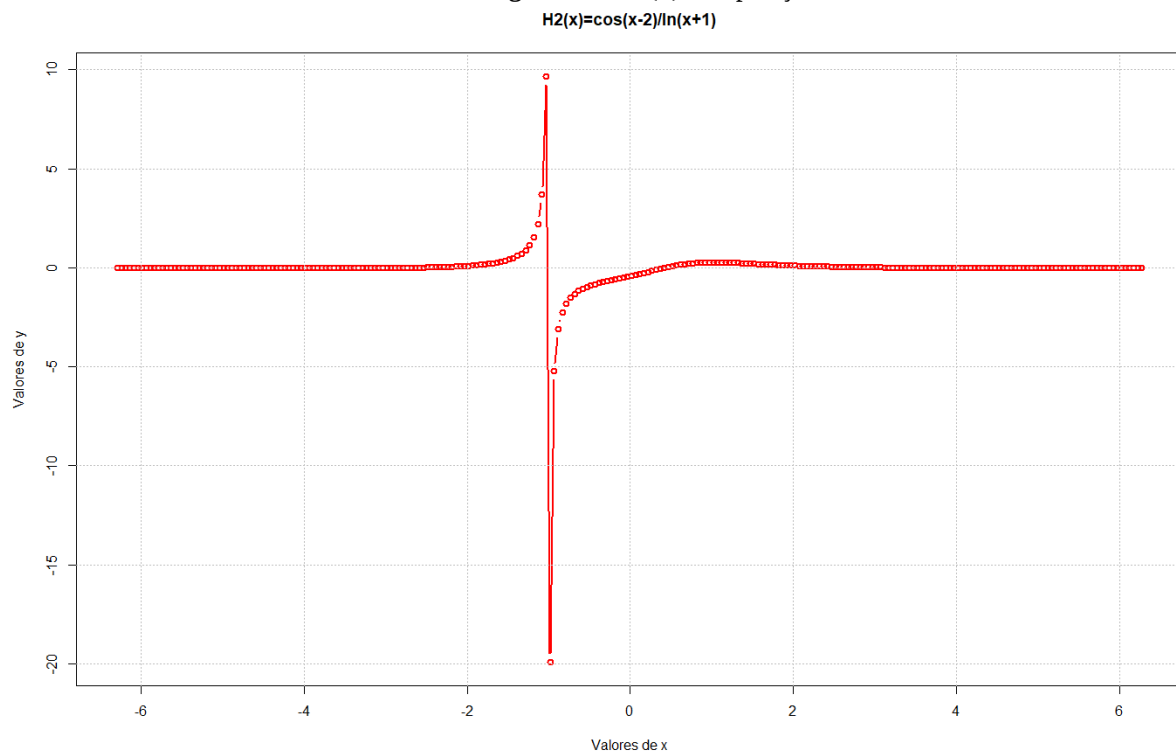
As representações gráficas, das Expressões (5), (6) e (7), estão exibidas nas Figura 14a, 14b e 14c, destacando as diferentes composições.

Figura 14a: $H(x)$ composição 1



Fonte: Autores.

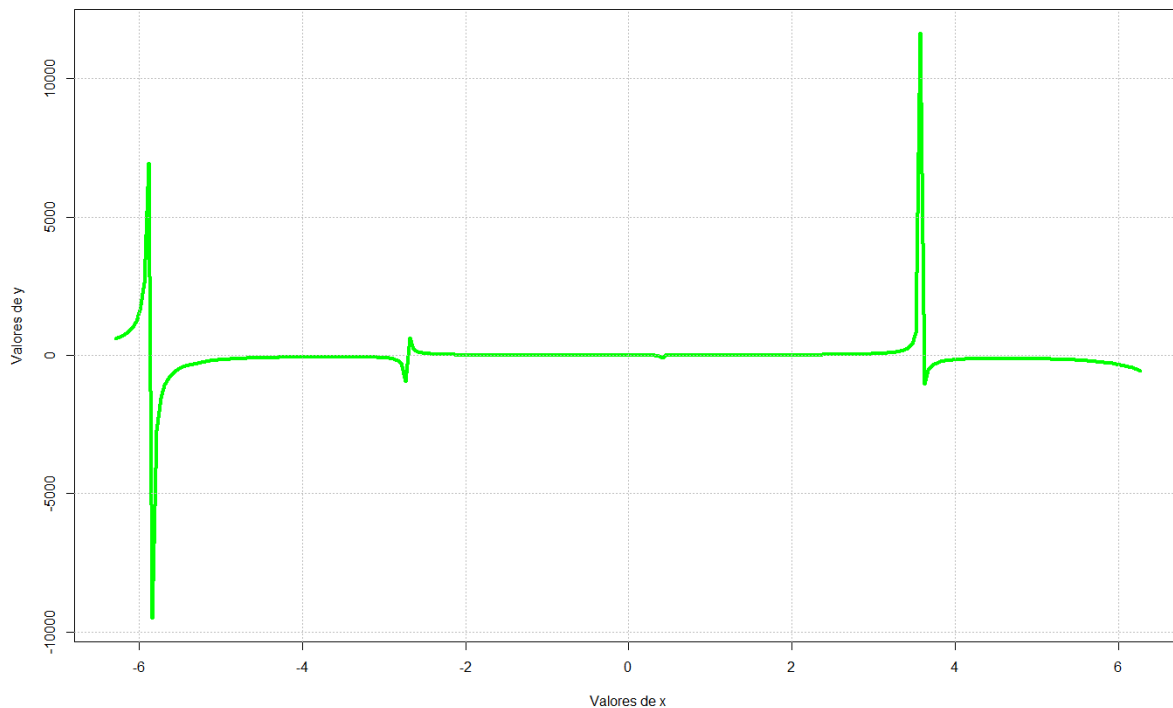
Figura 14b: $H(x)$ composição 2



Fonte: Autores.

Figura 14c: $H(x)$ composição 3

$$H3(x)=\ln(x+1)/\cos(x-2)$$



Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

Durante o processo da Modelagem Matemática de fenômenos, em diferentes áreas do conhecimento, normalmente, evita-se adotar uma função Transcendente. Esses modelos necessitam de métodos computacionais para solucioná-los, que nem sempre são triviais.

Neste artigo, dois estudos de funções Transcendente foram apresentados como possíveis e relevantes aplicações nas áreas da Ciência e Tecnologia, desenvolvidos em linguagem **R**. Essas funções servirão como ferramentas aos pesquisadores para a proposição de novos modelos matemáticos, proporcionado a implementação de teorias e inovações tecnológicas.

5. Referências

CHAPRA, Steven C. **Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists**. Berger Chair in Computing and Engineering, Tufts University. Fourth edition. New York, NY: McGraw-Hill Education. 2018.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; NEVES, L. P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. 2nd ed. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; SILVA, H. C. M. da. SILVA, S. T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. 1st ed. Belém-PA, SINEPEM-IFPA. 2021.

COSTA, D. C. L.; NOOBLATH, R. S.; SILVA, A. B. das N. da. SOUSA, A. N.; BARROS, C. F. de; CAMPOS, J. D. C.; SOUZA, K. N. de. **Modelo Híbrido de Análise Financeira**

Análise da Função Transcendente Implementada em Linguagem R de Programação - II SILICTI – COSTA, Denis C. L.; COSTA, Heictor, A. de O.; SILVA, Silvio T. T. da; AZEVEDO, Rosângela dos S.; SANTOS, Mayra X. dos.

Aplicado no Aprimoramento da Inteligência de Negócios. RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar - ISSN:2675-6218. DOI: 10.47820/recima21.v3i1.1103. 2022.

KRUSCHKE, J. K. **The R Programming Language.** Doing Bayesian Data Analysis. 2nd Edition. 2015.

SONG, F.; WU, J.; FAN, S.; JING, F. **Transcendental behavior and disturbance behavior favor human development.** Applied Mathematics and Computation. 378. 2020.

WALDSCHMIDT, M. **Transcendence of Periods: The State of the Art.** Pure and Applied Mathematics Quarterly Volume 2, n. 2 435—463. 2006.



FUNÇÃO TRANSCENDENTE COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS OTIMIZADA PELA COMPUTAÇÃO BIOINSPIRADA

TRANSCENDENT FUNCTION WITH MULTIPLE VARIABLES OPTIMIZED BY BIO-INSPIRED COMPUTING

Heictor Alves de Oliveira Costa¹

Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Belém / heictor8@gmail.com

Denis Carlos Lima Costa²

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br

Flávio Oliveira Dias³

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / diasflavio95@gmail.com

Erick Freitas da Costa⁴

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / efreitas256@gmail.com

Adriane Cristina Fernandes Reis⁵

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / adriane.fr22@gmail.com

Área Temática 02:

ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

Uma Função Transcendente, nos estudos matemáticos, é aquela função que não pode ser descrita a partir de um conjunto finito de operações algébricas. Essas funções são evidenciadas por termos algébricos utilizando-se as Séries Infinitas. Na Matemática, o termo transcendente significa não algébrico (Chapra, 2018).

O uso moderno da Função Transcendente possibilitou aplicações à Ciência e Tecnologia. Esta função foi plenamente desenvolvida até 1925 por Pólya e Szegő (1925), além disso, graças aos algoritmos implementados por Corless et al (1993), esta função passou a ser amplamente empregada no final do Século XX.

À vista disso, este trabalho apresenta uma estratégia para otimizar a Função Transcendente com mais de uma variável, utilizando para isso a técnica fundamentada em Computação Bioinspirada, denominada Otimização por Enxame de Partículas (OEP).

2. Metodologia

2.1 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática está relacionada aos termos como sistema, modelo e simulação (Costa D. C. L. et al, 2021). Nesse artigo, o modelo utilizado foi o transcendente.

Para Costa H. A. O. et al (2021), a OEP pode ser representada como um conjunto de partículas que navegam por um espaço de soluções, o principal elemento deste método é a troca de informações entre partículas na população, o que permite uma mobilização coletiva para encontrar a solução ótima.

A função de avaliação é dada por $f(\mathbf{x}_i, \mathbf{a})$, sendo $\mathbf{x}_i$ a posição de uma partícula $\mathbf{a}$ na iteração i , e o resultado representa a pontuação dessa solução, quanto maior a pontuação, maior a probabilidade dessa solução ser tomada como um ótimo global, conforme a Expressão (1).

$$\mathbf{a}_n \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{i,1} \\ x_{i,2} \\ \vdots \\ x_{i,m} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Em que n é o índice da partícula, e m é o número de dimensões trabalhadas.

A posição em que a velocidade é atualizada a cada iteração da OEP é um parâmetro essencial para a composição de cada partícula. Esse parâmetro é representado pela Expressão (2).

$$v_{i+1} = wv_i + c_1 \cdot r_1 \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot r_2 \cdot (g - x_i) \quad (2)$$

Sendo wv_i é o termo de inércia, cujo objetivo é manter a partícula na direção atual, sendo w o coeficiente que define o peso deste elemento.

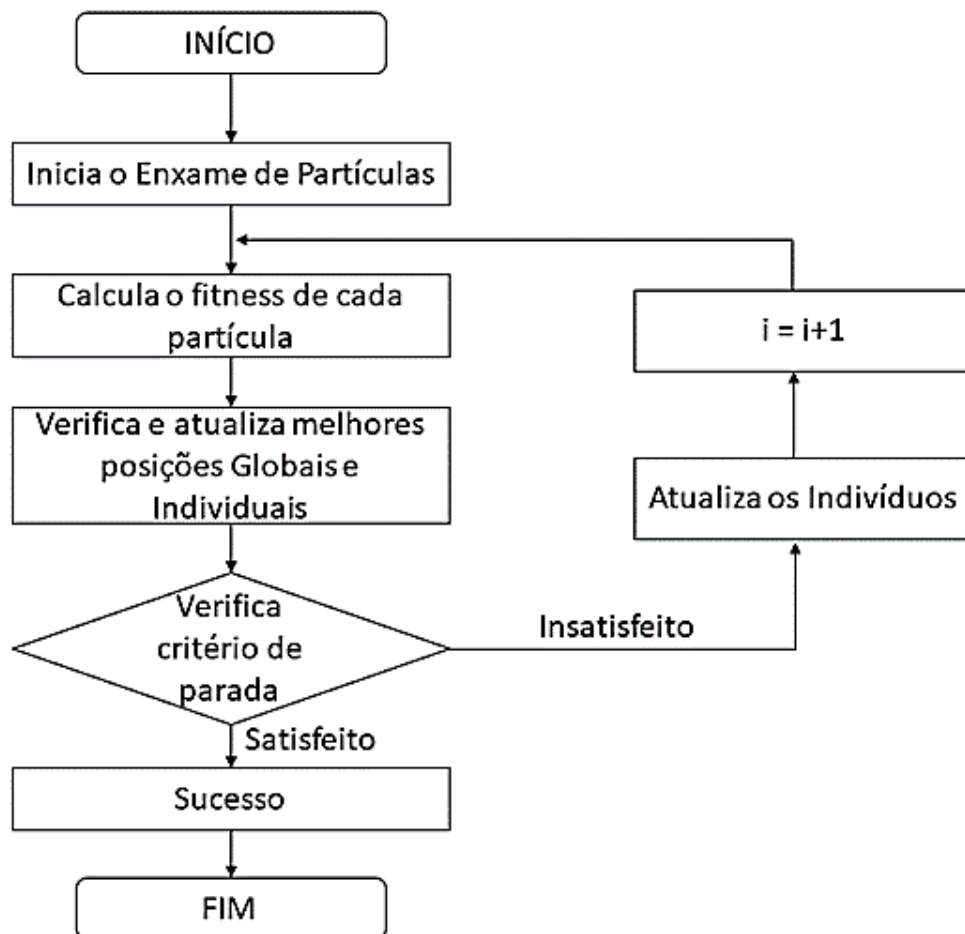
O termo $c_1 \cdot r_1 \cdot (p_i - x_i)$ é definido como o termo cognitivo, ele atualiza a prioridade da melhor posição destinada pela partícula, em que r_1 é o valor aleatório entre 0 e 1, c_1 é o coeficiente do termo cognitivo e p_i é a melhor posição que a partícula $\mathbf{a}_i$ ocupou.

O termo social é definido por $c_2 \cdot r_2 \cdot (g - x_i)$, ele indica a forma oposta ao termo cognitivo, priorizando o melhor valor de posição, encontrado pela população, sendo r_2 um número aleatório entre 0 e 1, c_2 é o coeficiente do termo social e g , a melhor posição global do enxame.

2.2 Modelagem Computacional

Aplicou-se, nesta pesquisa, o modelo computacional apresentado por Costa H. A. O. et al (2021). Este modelo, desenvolvido em linguagem MATLAB de programação beneficia-se do processo de computação paralela, o que garantirá maior eficiência no processamento dos algoritmos. Este fato possibilita processar as partículas individualmente e em paralelo, não havendo prejuízo à qualidade dos resultados e ainda, maximizando a eficiência da OEP (Costa D. C. L. et al, 2021). A Figura 1 representa o fluxograma da OEP.

Figura 1: Funcionamento da OEP



Fonte: Costa H. A. O. et al, 2021.

3. Resultados e Discussões

Caso 1: A Função de Avaliação, ou Função *fitness*, utilizada nesse estudo, está apresentada na Expressão (3).

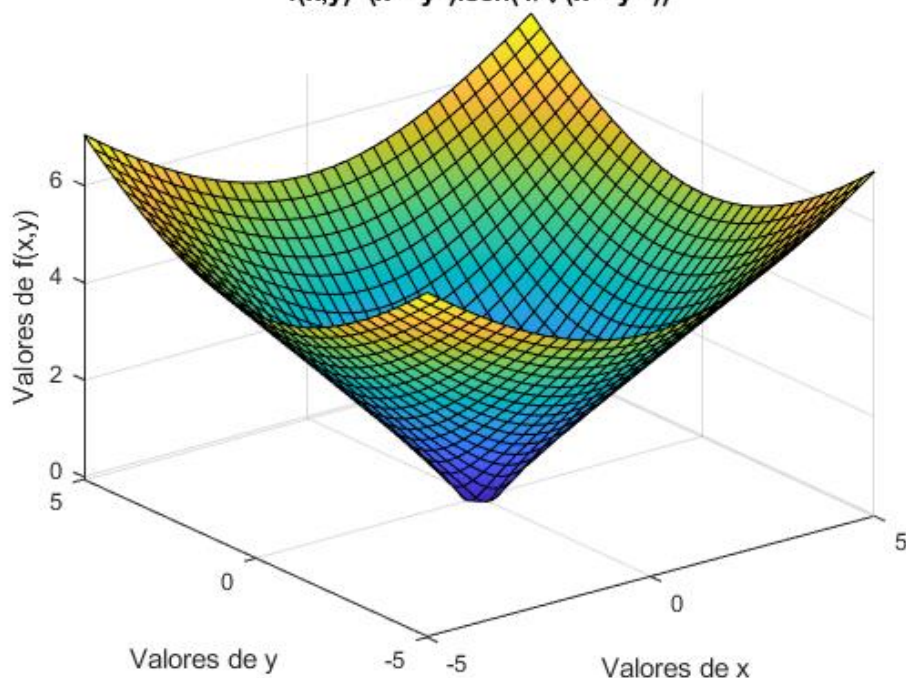
$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (3)$$

Essa função apresenta uma descontinuidade em $f(0,0)$ e, desta forma, realçará a relevância da aplicação de um método bioinspirado, como a OEP.

A Figura 2 representa o comportamento gráfico da Expressão (3). A variação de cores indica o movimento da função em direção ao ponto mínimo: amarela indica a região com os maiores valores; azul indica a região com os menores valores.

Figura 2: Função $f(x, y)$ da Expressão (3)

$$f(x,y)=(x^2+y^2).\text{sen}(1/\sqrt{(x^2+y^2)})$$

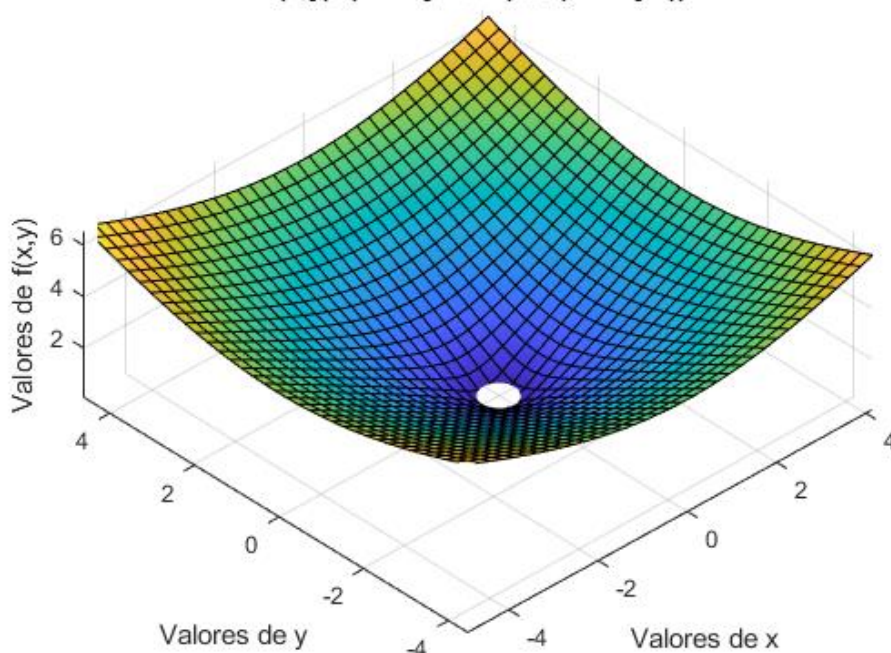


Fonte: Autores.

Observando-se o gráfico da Expressão (3) em múltiplas perspectivas e com uma sutil ampliação, perceberemos a descontinuidade citada. A Figura 3 destaca essas observações.

Figura 3: Função $f(x, y)$ em perspectiva 2

$$f(x,y)=(x^2+y^2).\text{sen}(1/\sqrt{(x^2+y^2)})$$



Fonte: Autores.

Entretanto, apesar da existência dessa restrição, os valores de x e y , que minimizam a função $f(x, y)$, foram devidamente calculados pela OEP. Os resultados médios obtidos mediante o método Matemático-Computacional: $x = -0.2146$; $y = 0.0931$ e $f_{min} = -0.0496$.

Caso 2: A segunda análise irá considerar uma translação nos eixos x e y , conforme mostra a Expressão (4).

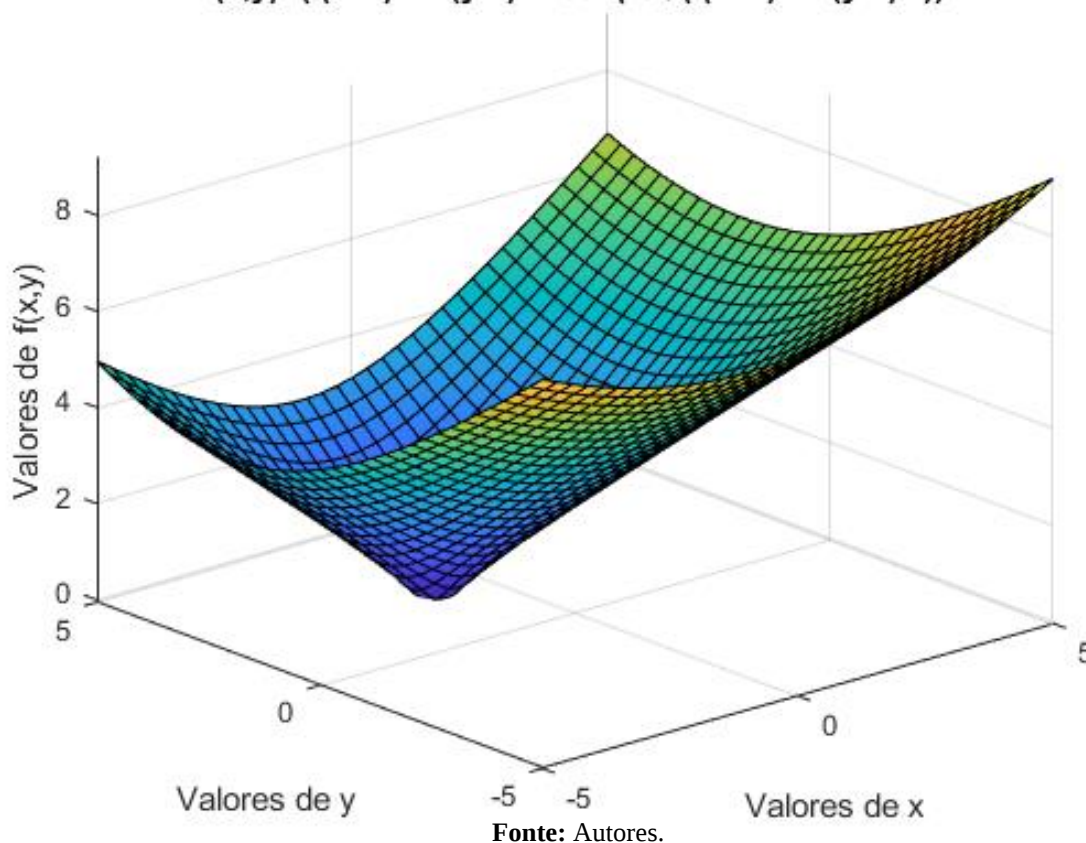
$$f_1(x, y) = [(x + 1)^2 + (y - 2)^2] \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2}}\right) \quad (4)$$

Os valores de x e y , que minimizam a função $f_1(x, y)$, foram devidamente calculados pela OEP. Os resultados médios obtidos mediante o método Matemático-Computacional, para essa função: $x = -1.2018$; $y = 1.8817$ e $f_{min} = -0.0496$.

As Figura 4 e 5 representam o comportamento gráfico da Expressão (4).

Figura 4: Função $f_1(x, y)$ da Expressão (4)

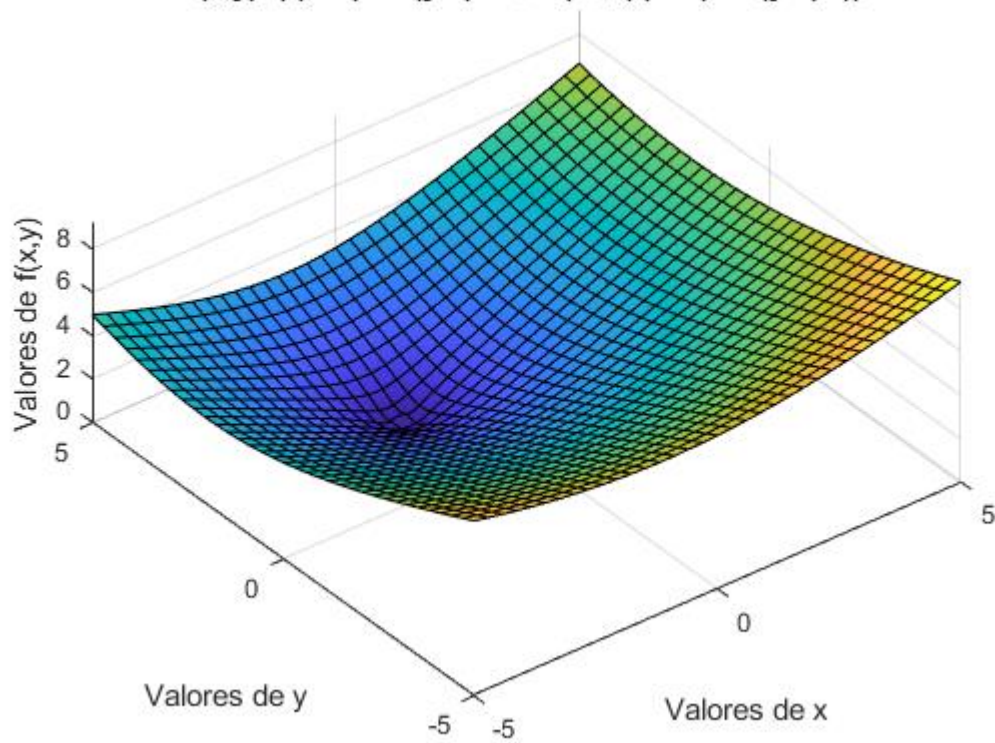
$$f(x, y) = ((x+1)^2 + (y-2)^2) \cdot \text{sen}(1/\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2})$$



Para essa versão da função $f(x, y)$, não haverá região de descontinuidade nas proximidades de $f(0,0)$.

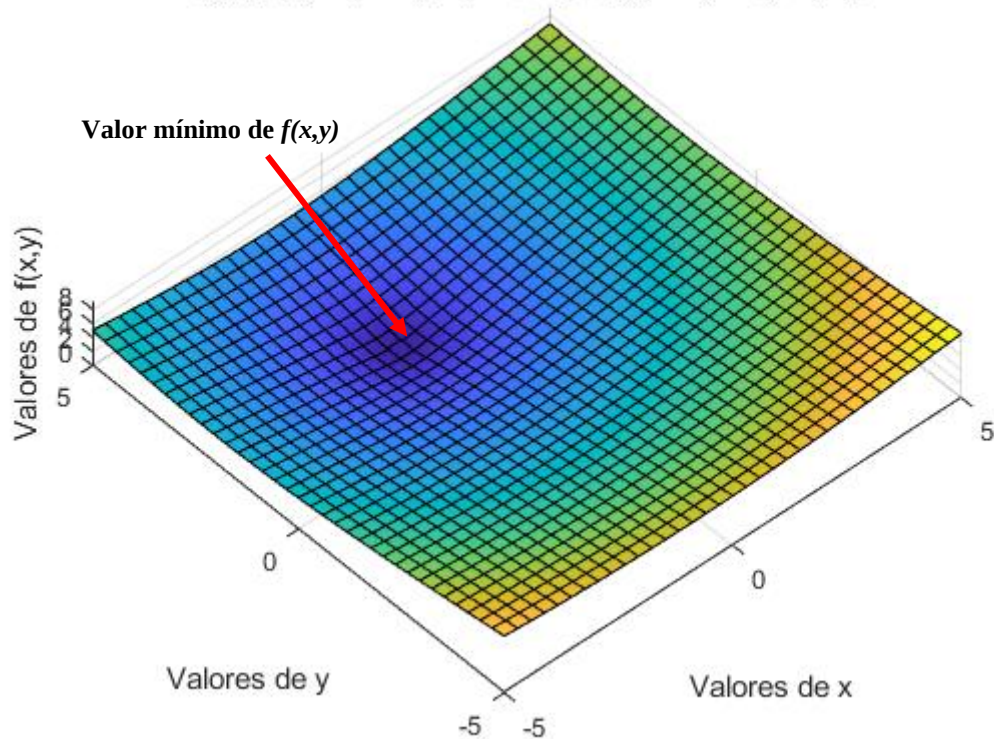
Pode-se observar, com excelente precisão, nas Figuras 5 e 6, que a zona de restrição foi corrigida com a translação dos valores de x e y , nos seus respectivos eixos.

Figura 5: Função $f_1(x, y)$ em perspectiva 2
 $f(x,y)=(x+1)^2 + (y-2)^2 \cdot \text{sen}(1/\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2})$



Fonte: Autores.

Figura 6: Função $f_1(x, y)$ em perspectiva 3
 $f(x,y)=(x+1)^2 + (y-2)^2 \cdot \text{sen}(1/\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2})$



Fonte: Autores.

Caso 3: A Função de Avaliação, ou Função *fitness*, utilizada nesse estudo, está apresentada na Expressão (5).

$$g(x, y) = \sin(x^2 + y^2) \quad (5)$$

Os valores de x e y , que minimizam a função $g(x, y)$, foram devidamente calculados pela OEP. Os resultados médios obtidos mediante o método Matemático-Computacional, para essa função:

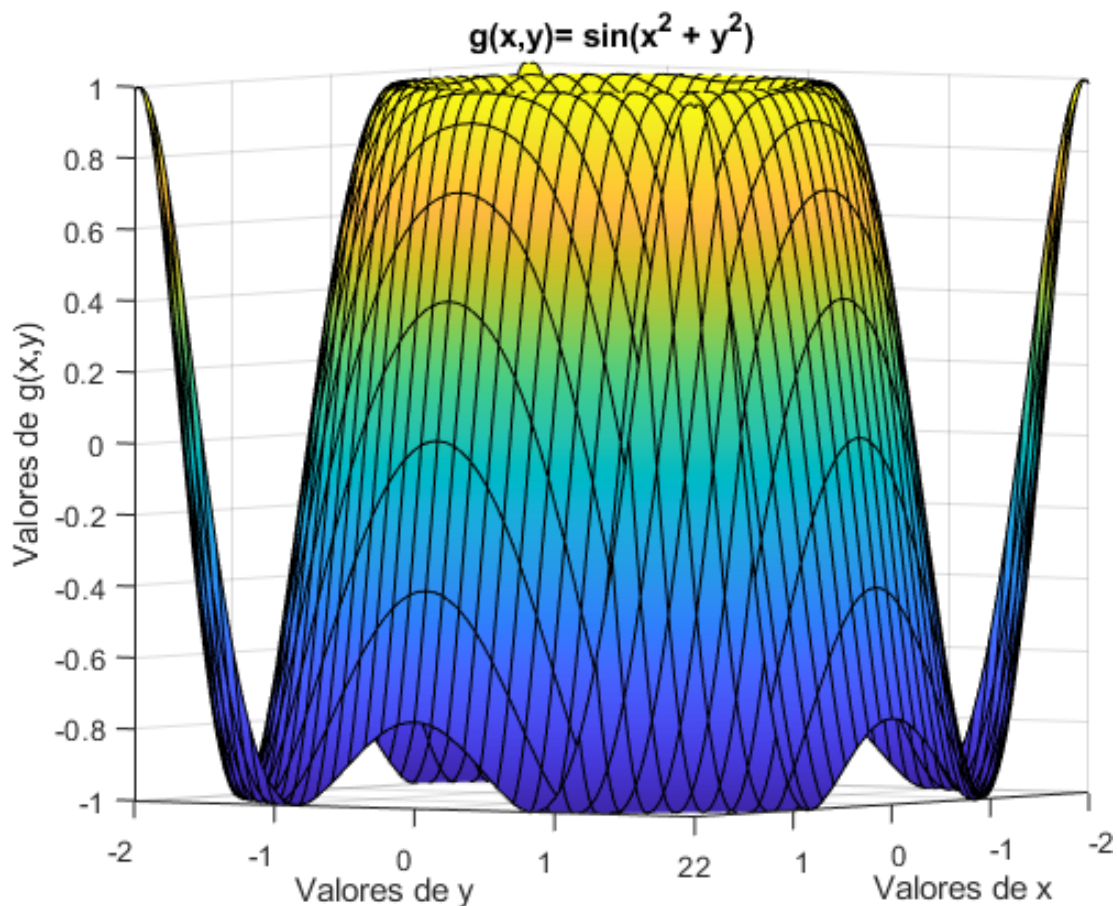
$$x = 1.9312;$$

$$y = 5.6920$$

$$f_{\min} = -1.0000.$$

As Figura 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13 representam o comportamento gráfico da Expressão (5), considerando as mais diversas perspectivas.

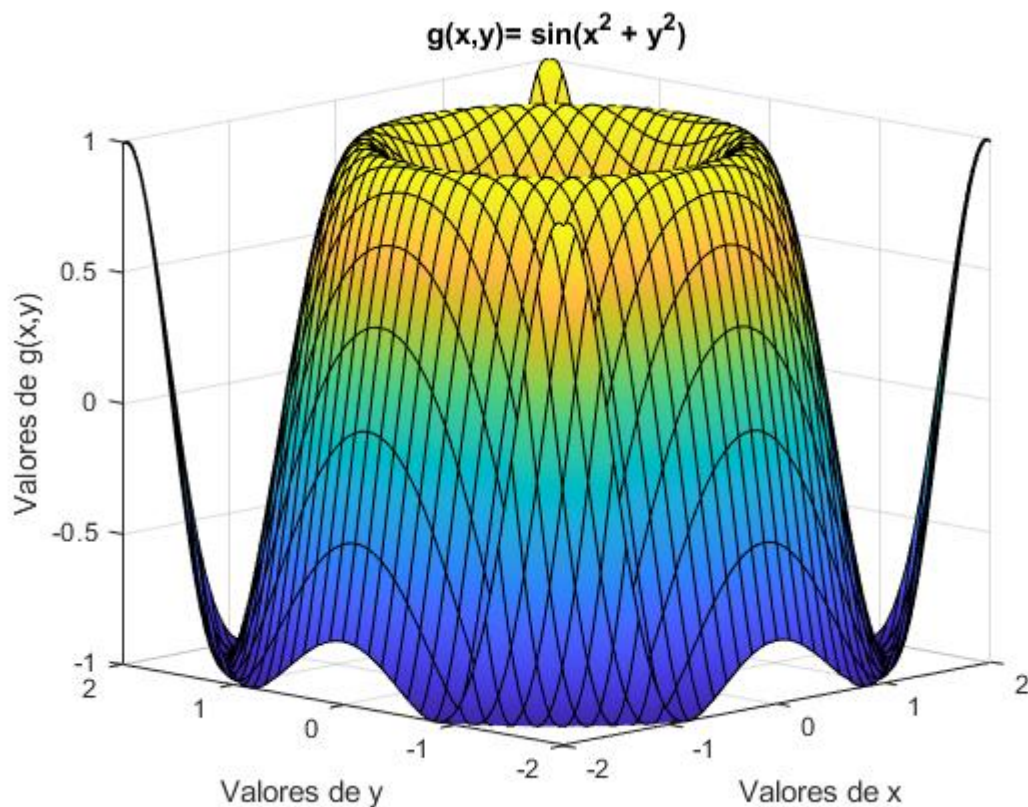
Figura 7: Função $g(x, y)$ em perspectiva 1



Fonte: Autores.

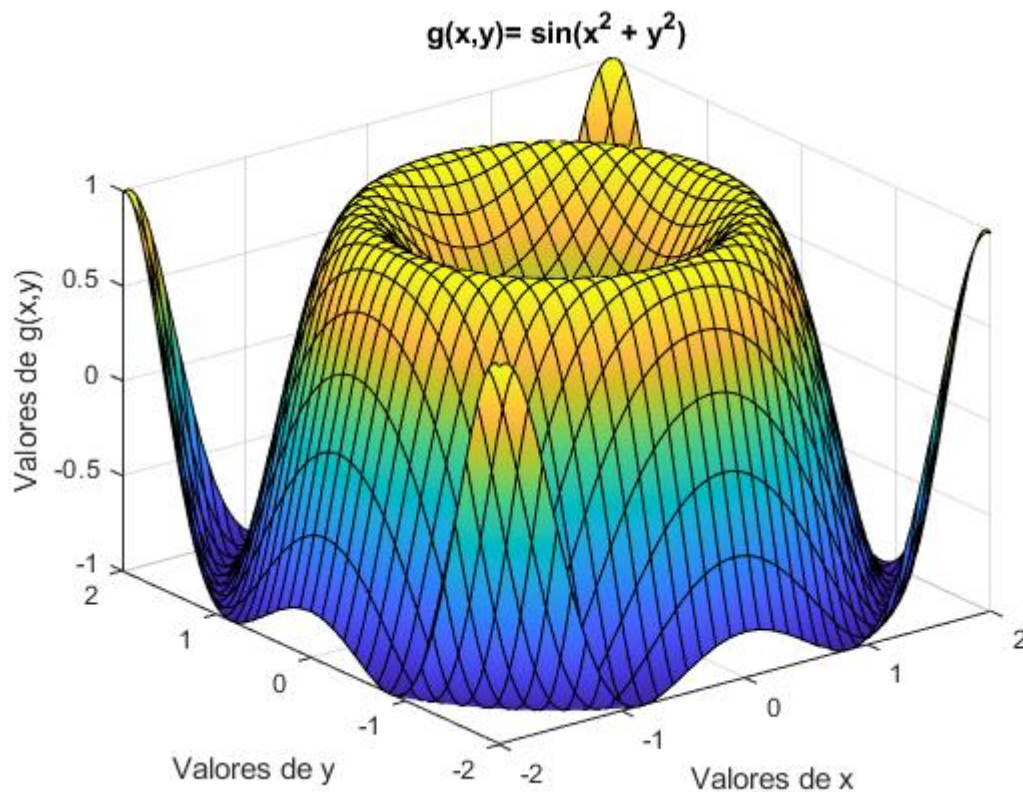
A perspectiva 1 mostra o comportamento da função $g(x, y)$ destacando o plano z .

Figura 8: Função $g(x, y)$ em perspectiva 2



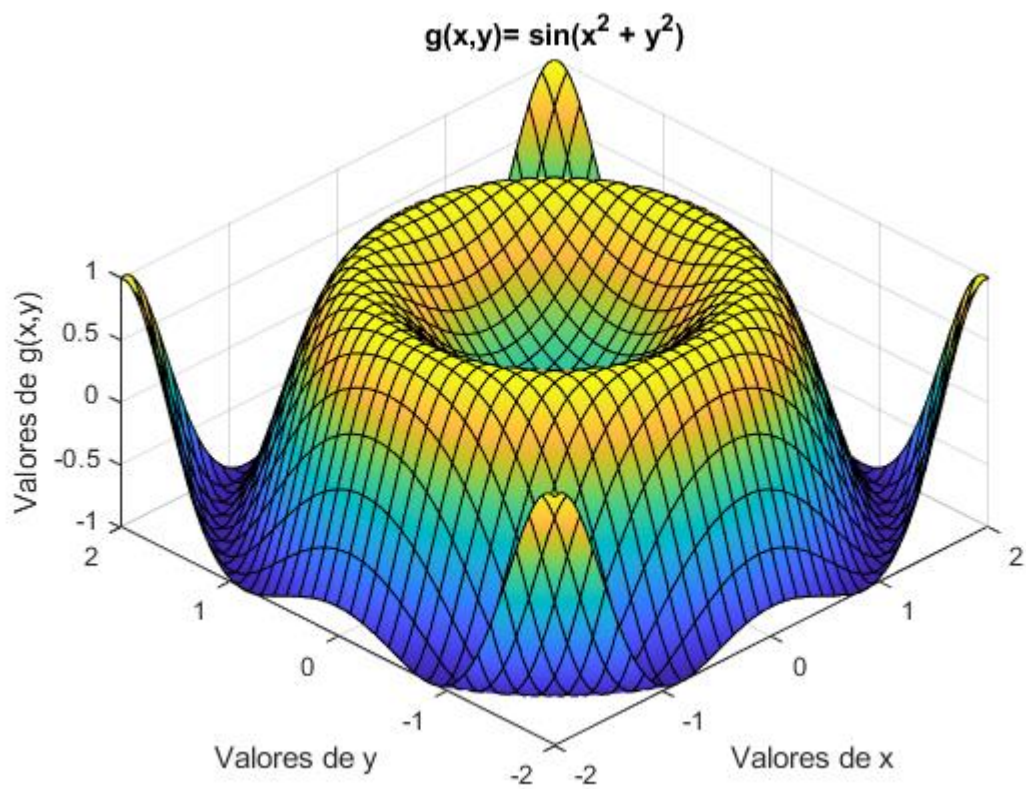
Fonte: Autores.

Figura 9: Função $g(x, y)$ em perspectiva 3



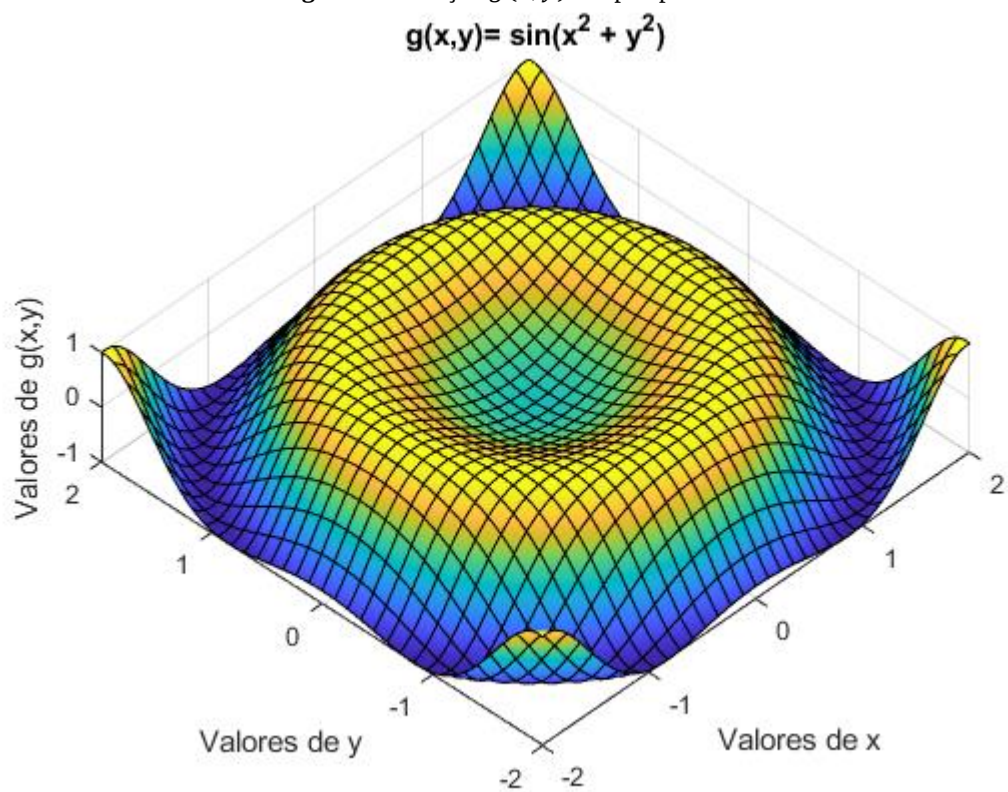
Fonte: Autores.

Figura 10: Função $g(x, y)$ em perspectiva 4



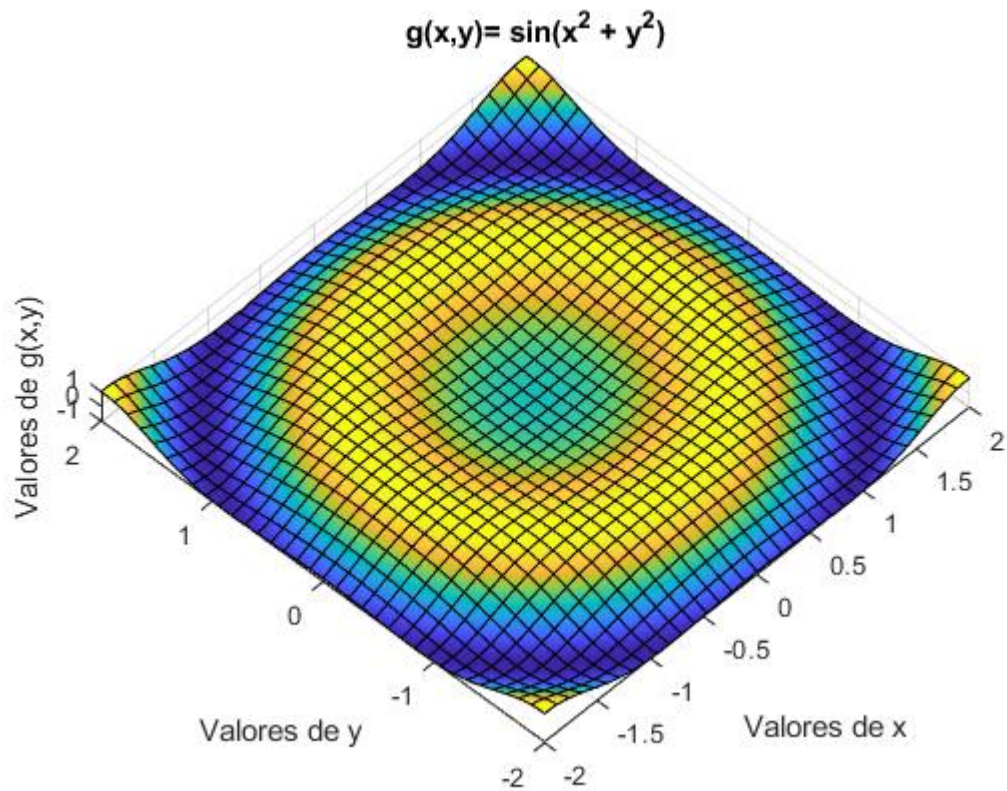
Fonte: Autores.

Figura 11: Função $g(x, y)$ em perspectiva 5



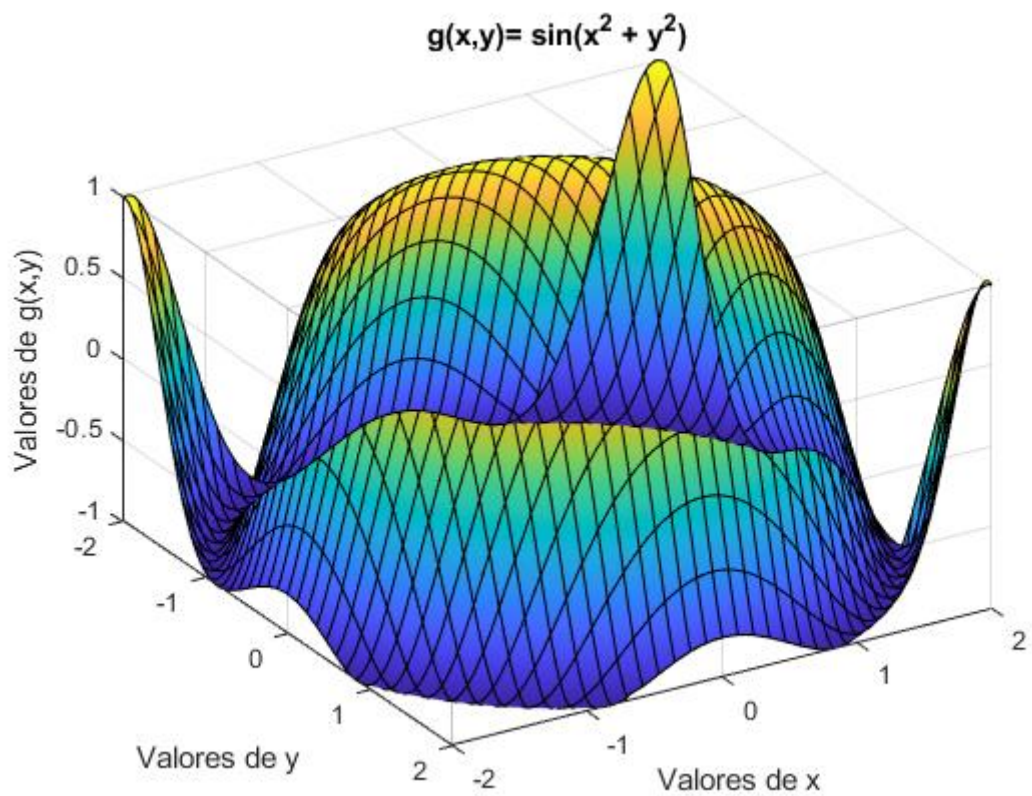
Fonte: Autores.

Figura 12: Função $g(x, y)$ em perspectiva 5



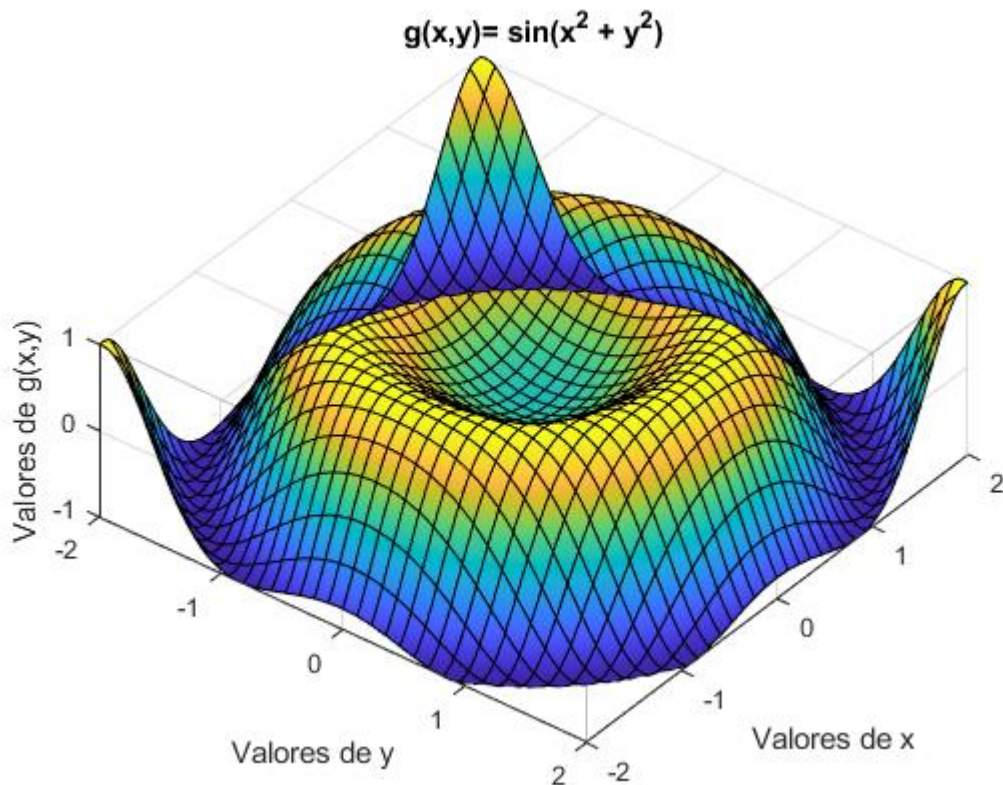
Fonte: Autores.

Figura 13: Função $g(x, y)$ em perspectiva 6



Fonte: Autores.

Figura 14: Função $g(x, y)$ em perspectiva 7



Fonte: Autores.

4. Considerações Finais

Os avanços científicos e tecnológicos estão extremamente rápidos e essa velocidade requer modelagens mais precisas para solucionar sistemas cada vez mais complexos e dinâmicos. Esses avanços sugerem estruturas matemáticas com pontos de singularidade que necessitam de métodos de otimização mais robustos, eficientes e eficazes. Nesse trabalho, apresentou-se uma estratégia baseada em Computação Bioinspirada capaz de otimizar, com excelente acurácia e precisão, Funções Transcendentes: A Otimização por Enxame de Partículas.

Essa metodologia é capaz de lidar com modelos matemáticos contínuos e com modelo com regiões de descontinuidade em seu domínio. Utilizou-se para a modelagem computacional a linguagem MATLAB de programação. Essa linguagem oferece funções residentes destinadas a essa estratégia

Para futuros trabalhos, pretende-se aplicar outras metodologias de otimização, também fundamentadas em Computação Bioinspirada, em Funções Transcendentes, conforme Costa D. C. L. et al (2022). Programas em Algoritmo Genético já estão sendo desenvolvidos em nossos Laboratórios de Modelagem Matemática e Simulação Computacional.

5. Referências

CHAPRA, Steven C. **Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists**. Berger Chair in Computing and Engineering, Tufts University. Fourth edition. New York, NY: McGraw-Hill Education. 2018.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; NEVES, L. P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. 2nd ed. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; SILVA, H. C. M. da. SILVA, S. T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. 1st ed. Belém-PA, SINEPEM-IFPA. 2021.

COSTA, H. A. de O.; GOMES, L. L.; COSTA, D. C. L. **Genetic algorithm and particle swarm applied in electric system optimization**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 10, n. 10, p. e166101018871. DOI: 10.33448/rsd-v10i10.18871. 2021.

COSTA, D. C. L.; MENESES, L. A. de; LIMA, M. L. V. de; COSTA, H. A. de O.; REIS, A. C. F.; PINHEIRO, H. F. B.; COSTA, E. F. da; SILVA, A. R. dos S. da; REIS, A. C. F.; RAIOL, F. M.; SANTOS, R. C. P. dos. **Thermoelectric generation with reduced pollutants made possible by bio-inspired computing**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 11, n. 1, p. e7611124568. DOI: 10.33448/rsd-v11i1.24568. 2022.

PÓLYA, G.; SZEGÖ, G. P.; **Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis: Funktionentheorie-Nullstellen-Polynome-Determinanten-Zahlentheorie**. II Band, Julius Springer. 1925.

CORLESS, R. M.; GONNET, G. H.; HARE, D. E.G.; JEFFREY, D. **Lambert W function in Maple**. Elsevier Maple Tech. News. 9 (1) (1993) 12–22. 1993.



A MODELAGEM MATEMÁTICA-COMPUTACIONAL POTENCIALIZANDO A GESTÃO ENERGÉTICA

MATHEMATICAL-COMPUTATIONAL MODELING POWERING ENERGY MANAGEMENT

Heictor Alves de Oliveira Costa¹

Universidade Federal do Pará – UFPA Campus Belém / heictor.costa@itec.ufpa.br

Denis Carlos Lima Costa²

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / denis.costa@ifpa.edu.br

David Daniel Lira de Santana³

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / davidsantana1113@gmail.com

Fernando José Aguirre Ramos da Silva⁴

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / aguirrefernando.ifpa@gmail.com

Huan Ferreira Brasil Pinheiro⁵

Instituto Federal do Pará – IFPA Campus Ananindeua / huanbrasil@gmail.com

Área Temática 02:

ESTUDOS DE LINGUAGEM NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

Modalidade: Artigo completo

1. Introdução

As várias formas de energia que utilizamos são fundamentais ao aprimoramento de uma sociedade ecologicamente industrializada e como menor índice de desigualdade, pois a economia mundial depende cada vez mais de uma infra-estrutura energética robusta e ecologicamente correta.

As principais fontes de energia são divididas em duas classes: as convencionais (carvão, petróleo, hidrelétrica, nuclear, gás natural) e as emergentes (solar, eólica, biomassa, etc). Esse trabalho está orientado à classe emergente, em especial à geração eólica de energia elétrica.

Em países como o Brasil, a crescente capacidade eólica é impulsionada, principalmente, por incentivos a fontes renováveis de energia, proporcionando maior estabilidade ao despacho elétrico nacional (González et al., 2017).

Para Vargas et al (2019), O mundo está passando por uma crescente transição energética. Em vista disso, no período compreendido entre os dias 31 de outubro e 12 de novembro, de 2021, no *Scottish Event Campus* (SEC), em Glasgow, na Escócia, foi realizada a Conferência das Nações Unidas sobre Mudança Climática, a COP26. Nesse evento, Alemanha, China, Índia, Estados Unidos, Brasil e Canadá, reuniram-se a fim de mitigar suas dependências de combustíveis fósseis, distanciando-se do programa de hidrocarbonetos e estabelecendo um projeto de energia renovável (UNECE, 2021).

Conforme a Empresa de Pesquisa Energética (EPE, 2021), estimulada pelas relevantes mudanças climáticas e a demanda pela redução da emissão dos gases e de outros poluentes, a geração de energia eólica transformou-se em uma das matrizes renováveis que mais prosperam em nosso planeta.

Como proposta principal da composição Matemática-Computacional, desse artigo, será apresentado o Algoritmo Genético (AG), como ferramenta de otimização em modelos matemáticos que representam o comportamento não-linear e multicritério da Potência Elétrica em Aerogeradores.

O AG consiste em um algoritmo de busca por soluções globais apresentado por John Holland e David Goldeberg, que visa replicar o processo de evolucionismo biológico (Goldeberg, 1989). O AG cria uma população de soluções possíveis e realiza os cruzamentos necessários formulando gerações de indivíduos melhores até que o critério de parada seja atendido.

Este método também realiza mudanças aleatórias nos indivíduos, processo denominado mutação, sendo muito importante para garantir o aspecto aleatório na busca de soluções. Essa mutação auxilia o algoritmo a evitar que as soluções converjam para um ponto ótimo local, preservando a diversidade da população.

2. Metodologia

2.1 Modelagem Matemática

De acordo com Costa D. C. L. et al (2021), a Sistematização Matemática está condicionada aos termos como equações, modelos e simulações. Nesse artigo, o modelo utilizado foi uma função algébrica, não-linear, com múltiplas variáveis de controle.

Para Costa et al (2016), essa a função representa o Sistema de 14 barras, de distribuição de energia elétrica, transformada para Aerogerador. As variáveis de controle do sistema abordado neste estudo são a Tensão Elétrica (V) e a Corrente Elétrica (I). A Potência Elétrica (P) é a energia total necessária para abastecer o sistema de 14 barras. Ela é uma função de V e I , ou seja, $P(V, I)$, conforme mostrado na Equação 1.

$$\sum_{i=1}^n [a + b \cdot P_{xi} + c \cdot (P_{xi})^2] \quad (1)$$

Em que a , b e c são os coeficientes, P é a potência de cada barra x na iteração i , sendo a última um número inteiro entre 0 e 14. Seguindo ainda os parâmetros desenvolvidos por Costa et al (2016), os coeficientes e os intervalos são definidos conforme os dados a seguir: $a = -2239$, $b = 21,02$, $c = -0,009$ e $10 \leq P_{total} \leq 150$. Consequentemente, pode-se definir o valor da Potência mínima $P_{min} = 10$ e da Potência máxima $P_{max} = 150$.

A Equação 1 foi usada como a Função Objetivo neste trabalho de otimização, pois ela possui excelente flexibilidade, permitindo calcular os valores independentes de cada barra função de V e I . Essa flexibilidade pode ser avaliada na Equação (2).

$$P(V, I) = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dt} \cdot \frac{dq}{dt} = V \cdot I = \frac{V^2}{R} \quad (2)$$

Em que w é a energia, t é o tempo e R é a Resistência Elétrica. A Resistência Elétrica é a porção real da impedância, ou seja, $R = \text{Re } Z$, como mostrado na Equação (3).

$$Z = R + jX \quad (3)$$

Sendo Z a impedância em ohms, j é a unidade imaginária e X o valor da reatância em ohms. Consequentemente, é possível obter-se o resultado exibido na Equação 4.

$$\sum_{i=1}^n [a + b \cdot (V \cdot I)_{xi} + c \cdot (V \cdot I)_{xi}^2] \quad (4)$$

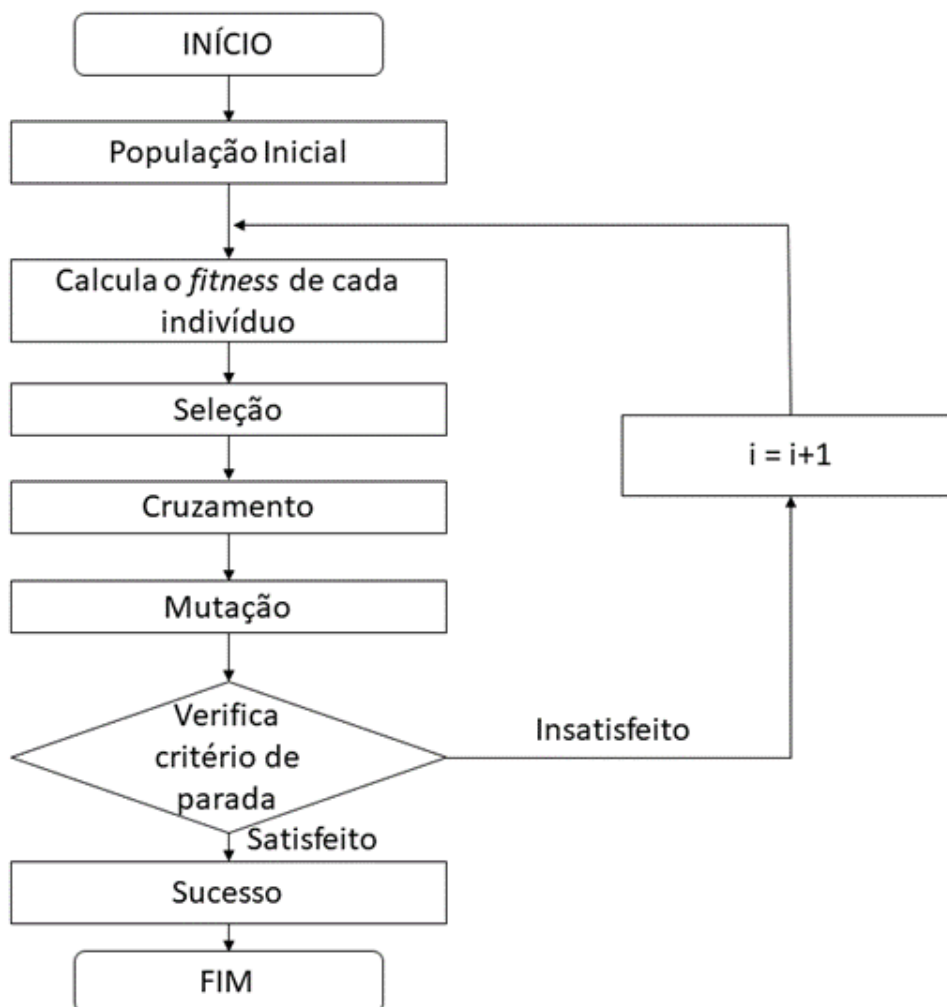
Em que V é a Tensão Elétrica em cada barramento e I é Corrente Elétrica em cada barramento do sistema elétrico. Esta modificação é extremamente importante, pois permite a conexão e a conversão entre os dois modelos: Matemático e Computacional.

2.2 Modelagem Computacional

Esse artigo utiliza o modelo computacional apresentado por Costa H. A. O. et al (2021a).

Esta modelagem foi implementada em MATLAB, uma das principais linguagens de programação científica, pois fundamenta-se no processamento paralelo, garantindo, dessa forma, uma eficiência superior no tratamento dos algoritmos. Essa estratégia aplicada viabiliza uma análise individual das variáveis envolvidas no modelo matemático, maximizando a eficiência do AG e potencializando a qualidade da solução (Costa H. A. O. et al, 2021b). A Figura 1 representa o fluxograma da execução do Algoritmo Genético.

Figura 1: Funcionamento do Algoritmo Genético



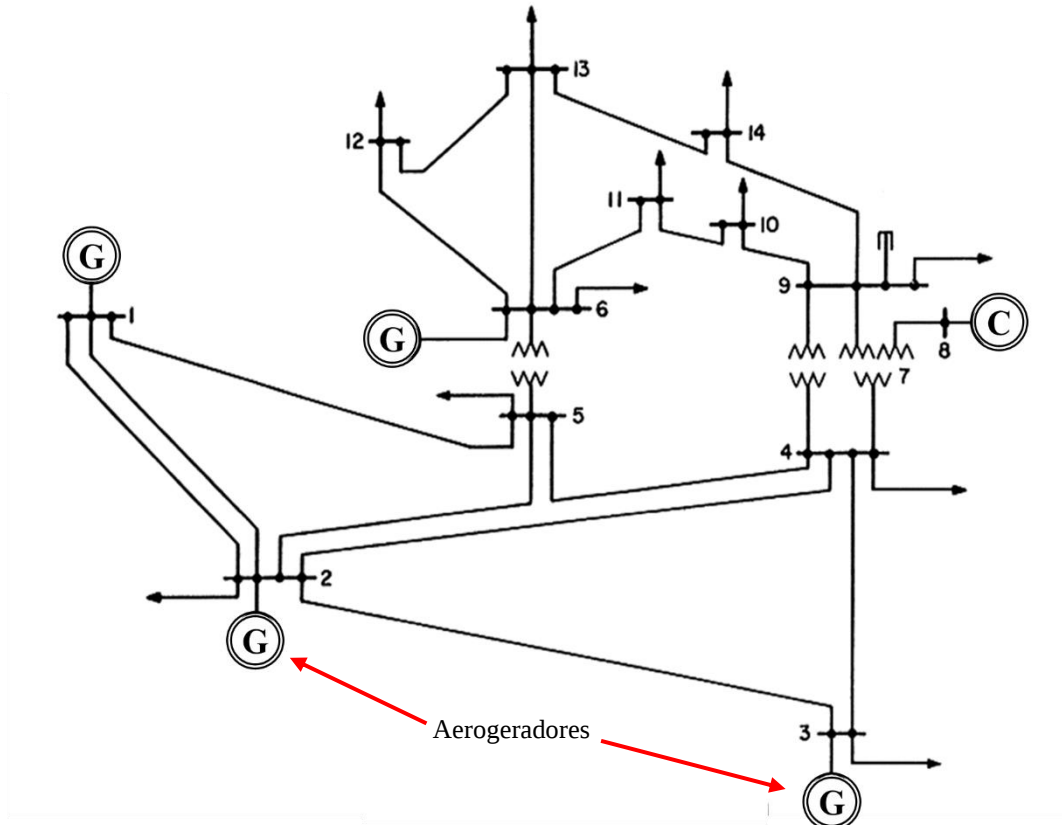
Fonte: Costa H. A. O. et al, 2021b.

A função *fitness*, ou função de avaliação, no AG é definida na Equação 4. Ela avalia a minimização de V e I em todas as barras do sistema elétrico estudado.

3. Resultados e Discussões

Os resultados apresentados estão vinculados ao estudo uma rede elétrica de 14 barras do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*). A Figura 2, mostra a conexão entre esse sistema e os respectivos aerogeradores.

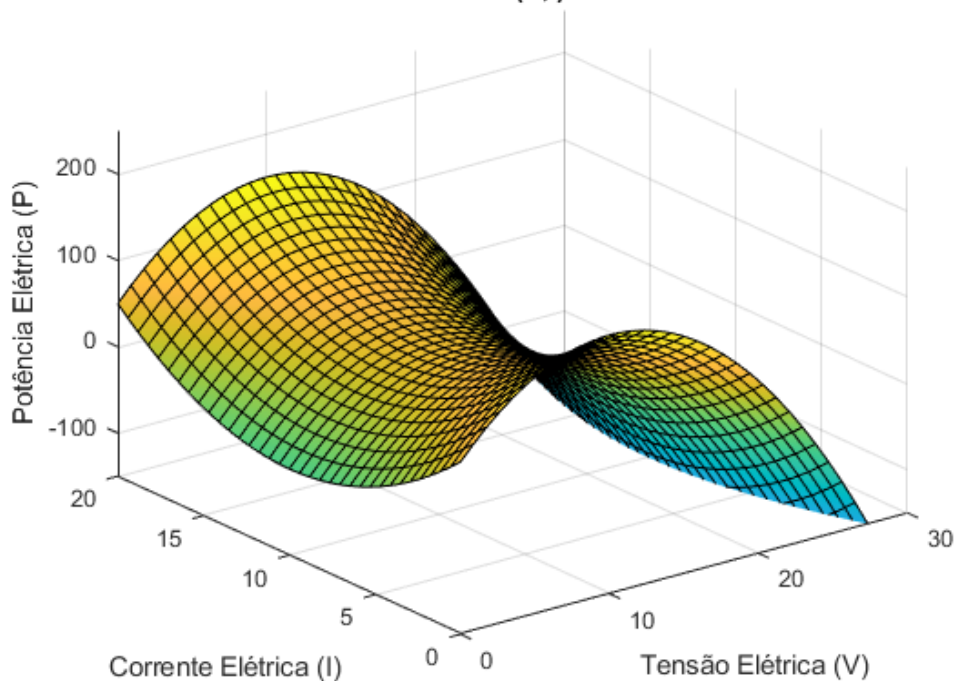
Figura 2: Sistema Elétrico de 14 barras do IEEE



Fonte: Adaptado de Costa H. A. O. et al, 2021a.

Observando-se o gráfico da Função Potência Elétrica, em múltiplas perspectivas, pode-se perceber a disposição geométrica dos valores ótimos para as variáveis de controle V e I .

Figura 3: Função $P(V, I)$ em perspectiva 1
 $P = f(V, I)$



Fonte: Autores.

Figura 4: Função $P(V, I)$ em perspectiva 2

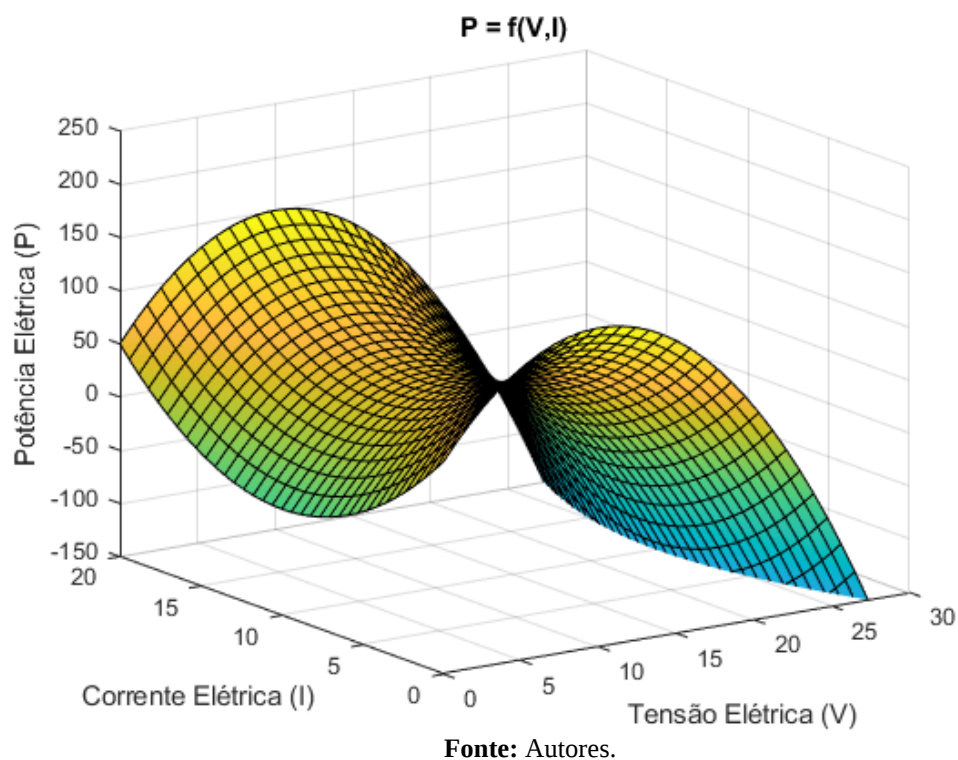


Figura 5: Função $P(V, I)$ em perspectiva 3

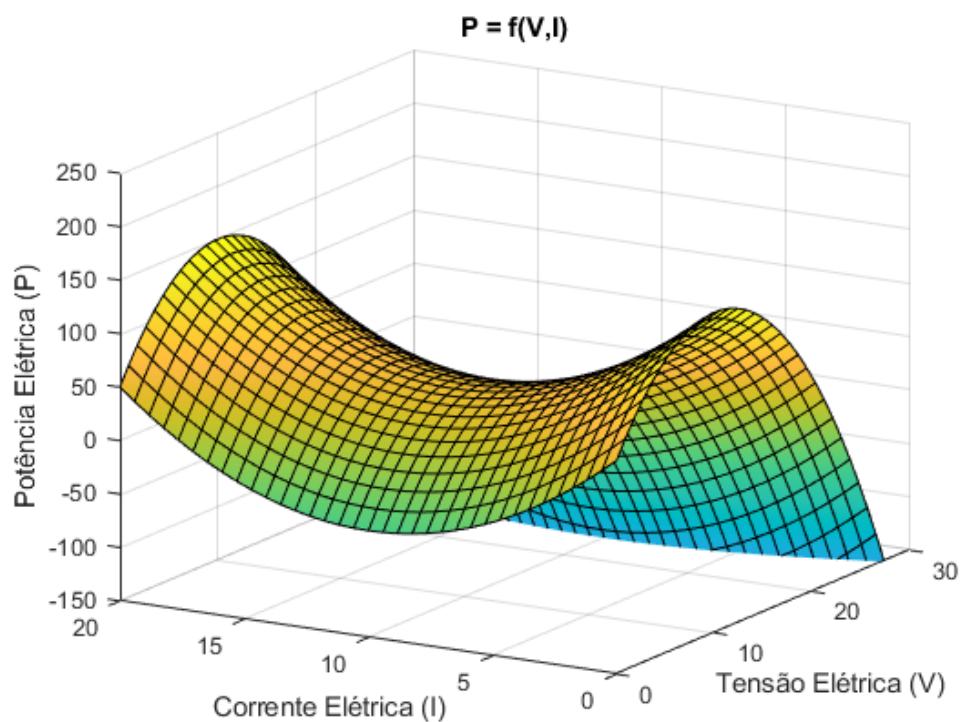
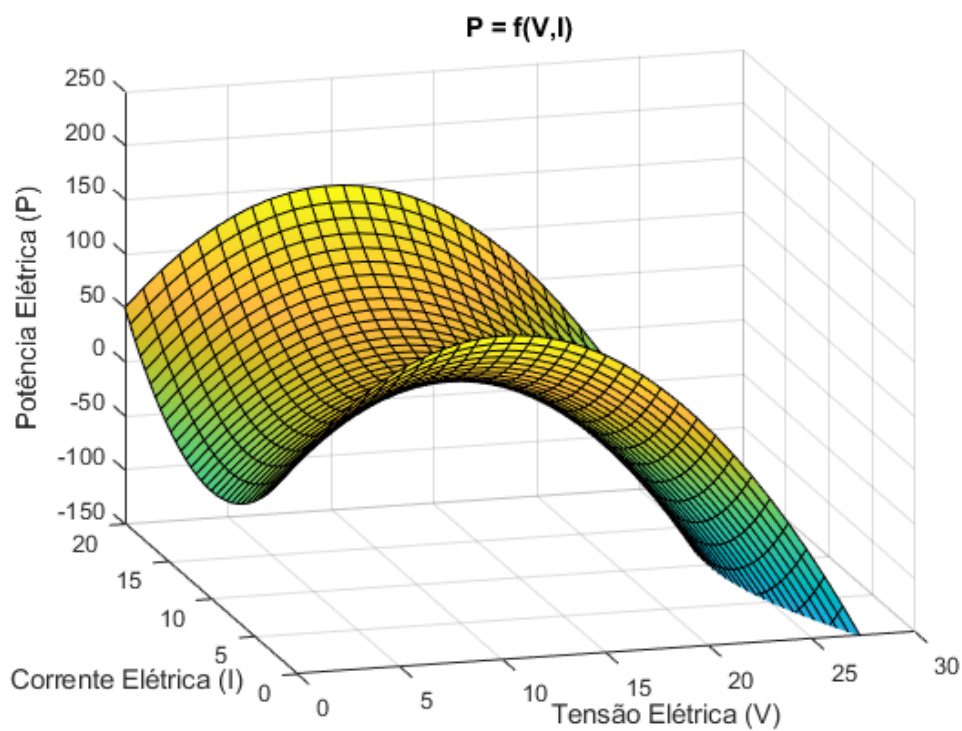
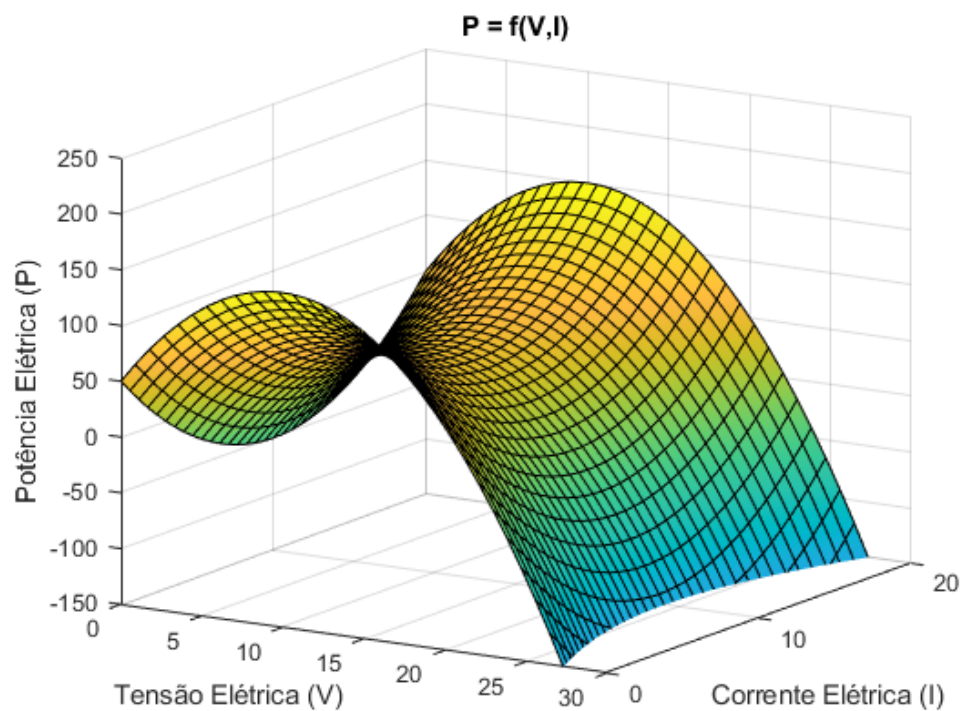


Figura 6: Função $P(V, I)$ em perspectiva 4



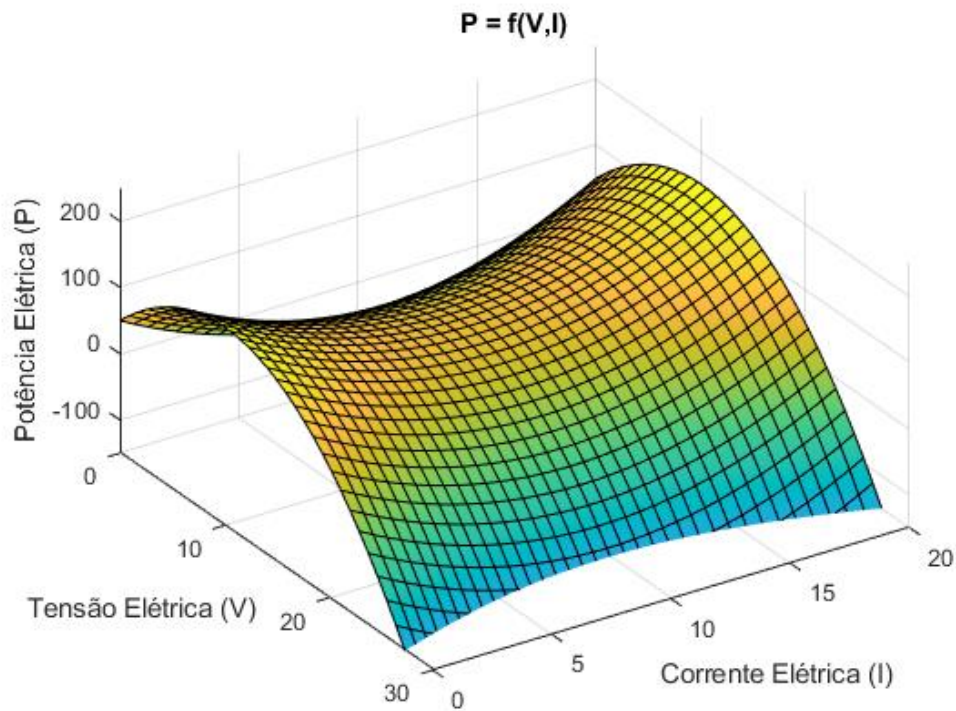
Fonte: Autores.

Figura 7: Função $P(V, I)$ em perspectiva 5



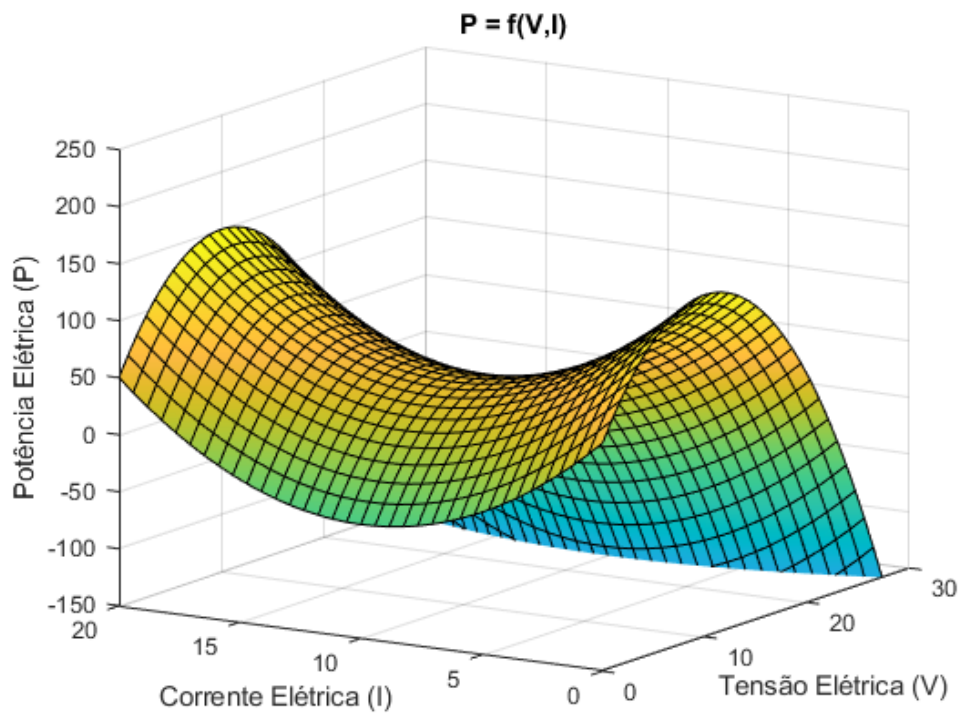
Fonte: Autores.

Figura 8: Função $P(V, I)$ em perspectiva 6



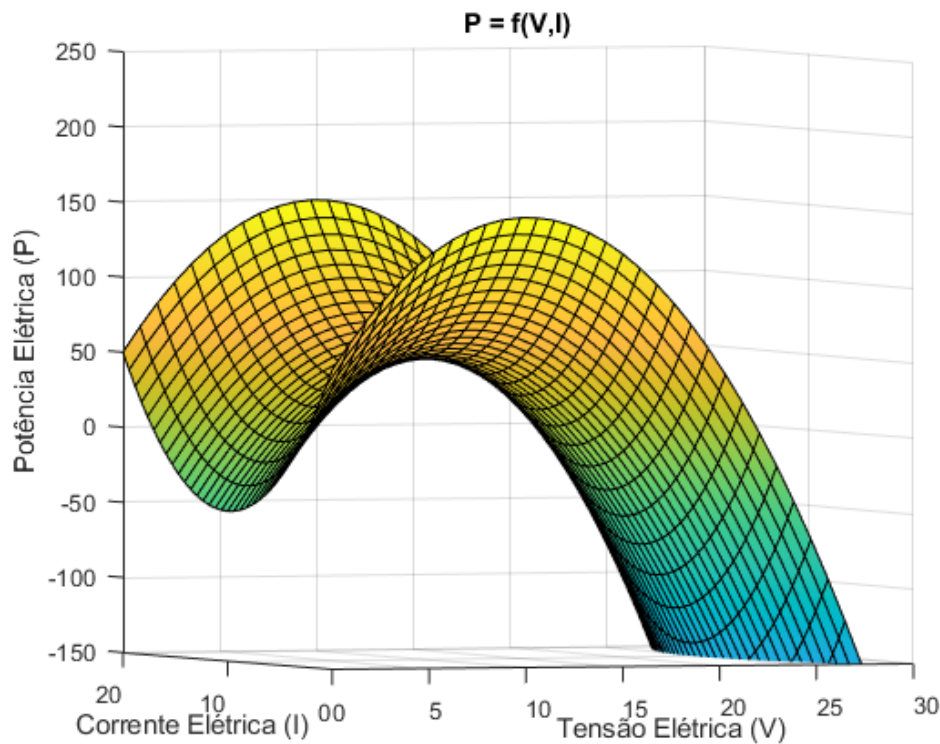
Fonte: Autores.

Figura 9: Função $P(V, I)$ em perspectiva 7



Fonte: Autores.

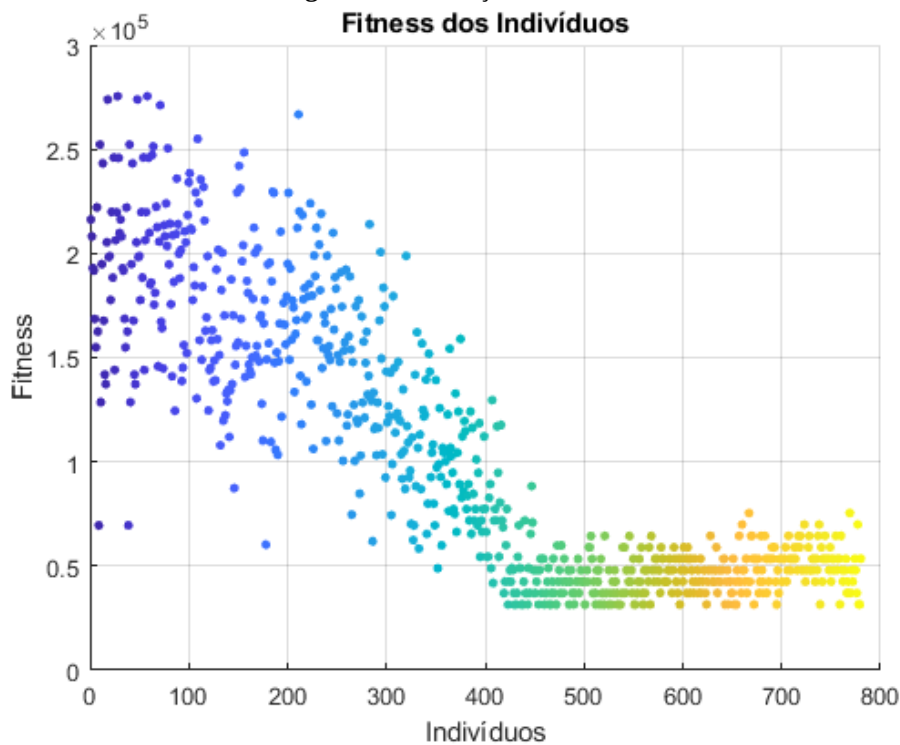
Figura 10: Função $P(V, I)$ em perspectiva 8



Fonte: Autores.

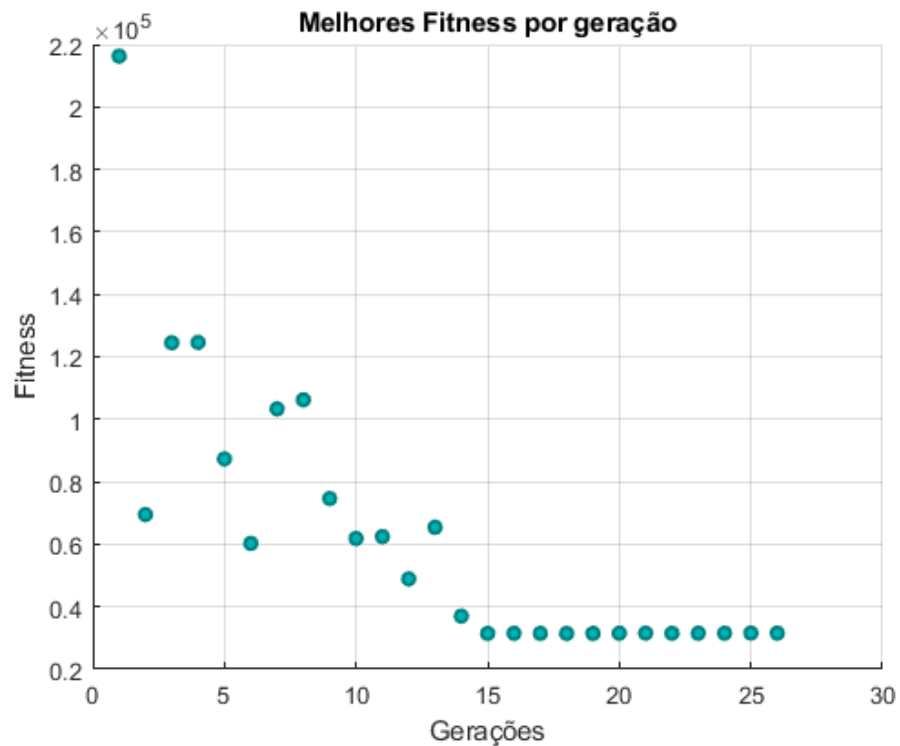
As Figuras 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 representam o comportamento do modelo matemático do fenômeno estudado, enquanto que as Figuras 11, 12, 13 e 14 representam o comportamento computacional desse fenômeno, avaliado pelo Algoritmo Genético.

Figura 11: Avaliação dos indivíduos



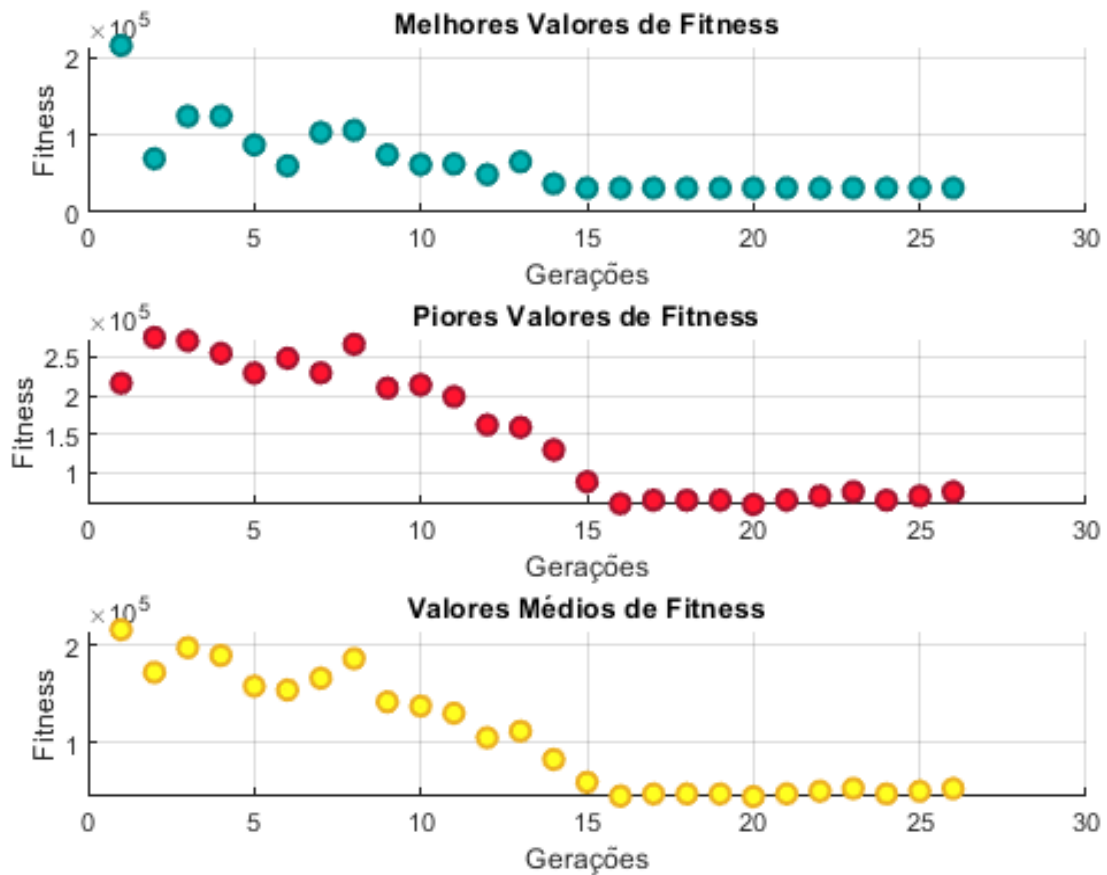
Fonte: Autores.

Figura 12: Melhores indivíduos por geração



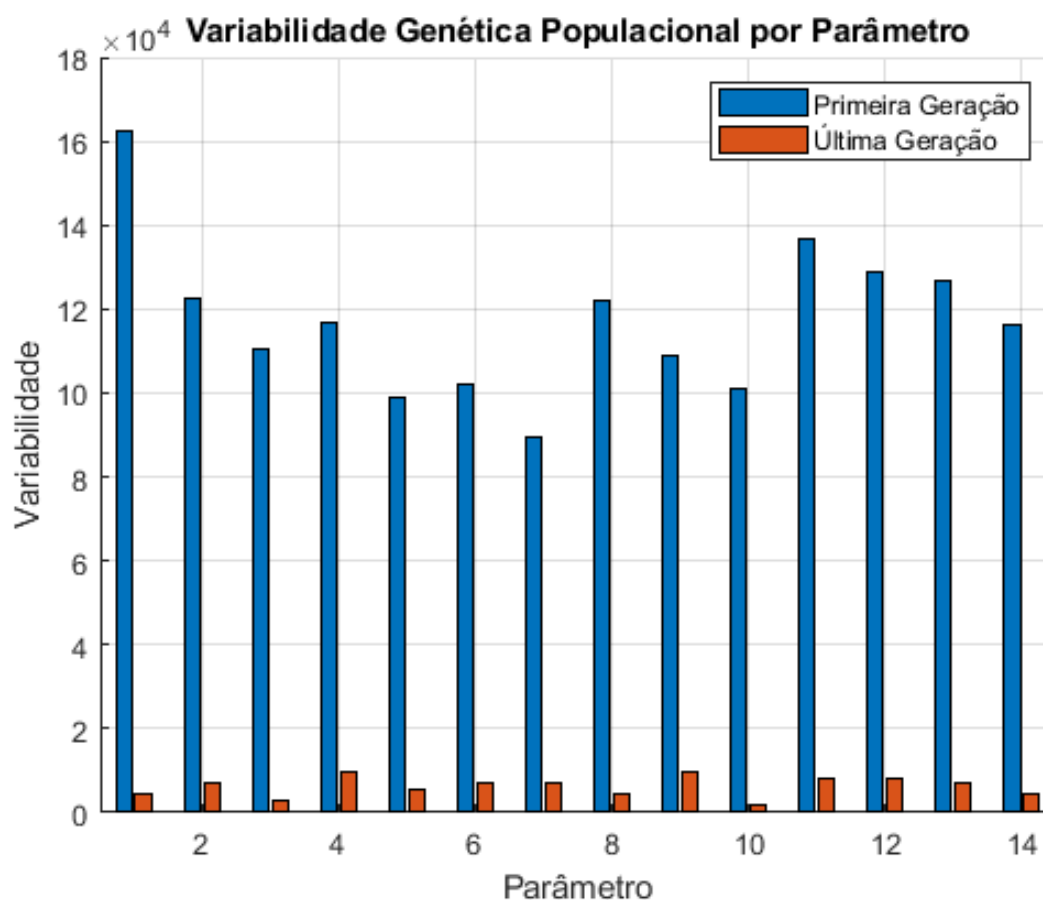
Fonte: Autores.

Figura 13: Valores da Função de Avaliação



Fonte: Autores.

Figura 14: Representação da Variabilidade genética



Fonte: Autores.

De acordo com a resolução do Modelo Matemático-Computacional, aplicado nessa pesquisa, observa-se que os valores de V e I , que maximizam a Função da Potência Elétrica $P(V, I)$, foram devidamente calculados pela execução do Algoritmo Genético.

Os resultados, médios, obtidos mediante o método Matemático-Computacional, para essa função são precisos e robustos, uma vez que satisfazem as condições do sistema elétrico. Os valores ótimos da Tensão elétrica, Corrente Elétrica e Potência Elétrica estão dispostos a seguir:

$$V = 14.7986 \text{ p.u}$$

$$I = 13.0000 \text{ p.u}$$

$$P(V, I) = 35.9734 \text{ p.u}$$

Sendo **p.u.** a medida *por unidade*.

Esses valores ratificam as condições operacionais do sistema elétrico, garantindo uma operação segura, pois a restrição $10 \leq P_{total} \leq 150$ foi respeitada na execução do modelo Matemático-Computacional.

4. Considerações Finais

A preocupante elevação da temperatura média do nosso planeta nos motiva a pesquisar maneiras para reverter, ou pelos menos, mitigar esse aquecimento. A recente COP26, realizada em outubro e novembro de 2021, em Glasgow, na Escócia, trouxe um debate que não pode ser esquecido em momento algum.

O II Seminário Internacional de Linguagens, Culturas, Tecnologias e Inclusão – II SILICTI, ofereceu essa oportunidade para discussões que correlacionam Ciência e Tecnologia aos fenômenos do ecossistema. Esse trabalho, beneficiou-se dessa oportunidade para apresentar a importância da Modelagem Matemática-Computacional na melhoria da geração limpa de energia elétrica.

A pesquisa expôs um processo fundamentado em Ciências e Matemática capaz de otimizar um sistema elétrico a partir de aerogeradores, ou seja, geração de energia elétrica eólica.

O Algoritmo Genético faz parte de um capítulo da Computação Bioinspirada extremamente útil em calcular os valores ótimos de funções com múltiplas variáveis de sistemas multicritérios.

O modelo foi implementado em linguagem MATLAB de computação, uma das mais eficientes linguagens de programação científica.

Os resultados obtidos estão em conformidade com as condições operacionais do sistema elétrico eólico, garantindo, desta forma, um despacho elétrico seguro.

Como futuras pesquisas, estima-se aplicar estratégias da Computação Evolucionárias em sistemas elétricos baseados em células fotovoltaicas.

5. Referências

BRASIL. **Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética Plano Decenal de Expansão de Energia 2029** / **Ministério de Minas e Energia**. Empresa de Pesquisa Energética. Brasília: MME/EPE. 2019.

Costa, D. C. L.; Nunes, M. V.A.; Vieira, J. P.A. & Bezerra, U. H. **Decision tree-based security dispatch application in integrated electric power and natural-gas networks**. Electric Power Systems Research 141 (2016) 442–449. 2016.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; NEVES, L. P. **Métodos Matemáticos Aplicados nas Engenharias via Sistemas Computacionais**. 2nd ed. SINEPEM-IFPA. 2019.

COSTA, D. C. L.; COSTA, H. A. de O.; SILVA, H. C. M. da. SILVA, S. T. T. da. **Matemática Computacional Aplicada à Ciência e Tecnologia**. 1st ed. Belém-PA, SINEPEM-IFPA. 2021.

Costa, H. A. de O., Costa, D. C. L., Meneses, L. A. de. **Interdisciplinarity Applied to the Optimized Dispatch of Integrated Electricity and Natural Gas Networks using the Genetic Algorithm**. Research, Society and Development, v. 10, n. 2, p. e42110212641, 2021. DOI: 10.33448/rsd-v10i2.12641. 2021a.

COSTA, H. A. de O.; GOMES, L. L.; COSTA, D. C. L. **Genetic algorithm and particle swarm applied in electric system optimization**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 10, n. 10, p. e166101018871. DOI: 10.33448/rsd-v10i10.18871. 2021b.

COSTA, D. C. L.; MENESES, L. A. de; LIMA, M. L. V. de; COSTA, H. A. de O.; REIS, A. C. F.; PINHEIRO, H. F. B.; COSTA, E. F. da; SILVA, A. R. dos S. da; REIS, A. C. F.; RAIOL, F. M.; SANTOS, R. C. P. dos. **Thermoelectric generation with reduced pollutants made possible by bio-inspired computing**. Research, Society and Development, [S. l.], v. 11, n. 1, p. e7611124568. DOI: 10.33448/rsd-v11i1.24568. 2022.

EPE. **Empresa de Pesquisa Energética**. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>. 2021.

GOLDEBERG, D. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Addison-Wesley Professional. 423 p, 1989.

GONZÁLEZ, M.O.A.; GONÇALVES, J.S.; VASCONCELOS, R.M. **Sustainable development: Case study in the implementation of renewable energy in Brazil**. Journal Cleaner Production – Elsevier. 2017.

UNECE. **United Nations Economic Commission for Europe - Extractive Industries Transition to Sustainable Systems**. Disponível em: https://unece.org/sites/default/files/2021-05/Extractive%20Industries%20Regional%20PB_Final.pdf. 2021.

VARGAS, S. A.; ESTEVES, G. R. T.; MAÇAIRA, P. M.; BASTOS, B. Q.; OLIVEIRA, F. L. C.; SOUZA, R. C. **Wind Power Generation: A Review and a Research Agenda**. Journal Cleaner Production – Elsevier. 2019.